UNIVERSITATEA DIN BUCUREŞTI

REZUMAT TEZĂ DE DOCTORAT

Dynamics of Quantum Correlations in Gaussian Open Systems

Dinamica Corelaţiilor Cuantice în Sisteme Deschise Gaussiene

Autor: **Şerban Suciu**
Coordonator: **Dr. Aurelian Isar**

Şcoala Doctorală de Fizică

2024

Abstract

Dynamics of Quantum Correlations in Gaussian Open Systems

Dinamica Corelaţiilor Cuantice în Sisteme Deschise Gaussiene

Şerban Suciu

În ultimii ani, studiul corelaţiilor cuantice a primit o atenţie deosebită datorită relevanţei sale pentru fundamentele mecanicii cuantice si teoria informaţiei cuantice.

Aceasta teza analizează degradarea corelaţiilor cuantice, precum entanglementul, discordul şi coerenţa, când un sistem cuantic este expus zgomotului introdus de un mediu. Analiza este facută in contextul teoriei sistemelor deschise descrise de semigrupuri dinamice complet pozitive, ce descriu intru-totul evoluţia markoviană a unui sistem deschis.

De asemenea, abordarea corelaţiilor cuantice din punctul de vedere al teoriei resurselor, conduce la definiţii simple pentru anumite corelaţii cuantice dincolo de entanglement, precum discordul si coerenţa.

In ultimul rând, arătam ca discordul si coerenţa, analizate cu teoria resurselor, indica o structură pe care se poate construi o cantitate analoagă cu informaţia mutuală şi energia libera. Aceasta cuantifică maximul de lucru mecanic operaţional ce poate fi extras dintr-un sistem deschis.

Lista Publicaţiilor

- "Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment", S. Suciu, A. Isar, *AIP Conf. Proc.* **1634**, 58 (2014)
- "Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment", S. Suciu, A. Isar, *Rom. J. Phys.* **60**, 859 (2015)
- "Gaussian geometric discord in terms of Hellinger distance", S. Suciu, A. Isar, *AIP Conf. Proc.* **1694**, 020013 (2015)
- "Quantum coherence of two-mode systems in a thermal environment", S. Suciu, A. Isar, *Rom. J. Phys.* **61**, 1474 (2016)
- "Free Information in Gaussian Open Systems", S. Suciu, A. Isar, *Rom. J. Phys.* **69**, 5 (2024)

Lista Conferinţelor

- Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment, S. Suciu, A. Isar, Quantum Field Theory and Nonlinear Dynamics, Sinaia, Romania, September 2014 – Oral Presentation

- Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment, S. Suciu, A. Isar, Advanced many-body and statistical methods in mesoscopic systems II, Brasov, Romania, September 2014 – Oral Presentation

- Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment, S. Suciu, A. Isar, 21st Central-European Workshop on Quantum Optics (CEWQO), Bruxelles, Belgium, June 2014 – Poster Presentation

- Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment, S. Suciu, A. Isar, 46th Symposium on Mathematical Physics: Information Theory and Quantum Physics, Torun, Poland, June 2014 – Poster Presentation

- Gaussian geometric discord in terms of Hellinger distance, S. Suciu, A. Isar, TIM-14, Timisoara, Romania, November 2014 – Oral Presentation

- Gaussian discord of two-mode systems in a thermal environment from a geometric perspective, S. Suciu, A. Isar, 22nd Central-European Workshop on Quantum Optics (CEWQO), Warsaw, Poland, July 2015 – Oral Presentation

- Gaussian discord of two-mode systems in a thermal environment from a geometric perspective, S. Suciu, A. Isar, 14th International Conference on Squeezed States and Uncertainty Relations (ICSSUR), Gdansk, Poland, June-July 2015 – Poster Presentation

- Quantum coherence of two-mode systems in a thermal environment, S. Suciu, A. Isar, Quantum Roundabout, Nottingham, United Kingdom, 6-8 July 2016 – Poster Presentation

- Quantum coherence of two-mode systems in a thermal environment, S. Suciu, A. Isar, Physics Conference TIM-15-16, Timisoara, Romania, 26-28 May 2016 – Oral Presentation

- Quantum Information Resources in two-mode Gaussian Open Systems, S. Suciu, A. Isar, 24th Central European Workshop on Quantum Optics, DTU Lyngby, Denmark, 26-30 June, 2017 – Poster Presentation

- Quantum Information Resources in two-mode Gaussian Open Systems, S. Suciu, A. Isar, Quantum 2017, Torino, Italy, May 7-13, 2017 – Oral Presentation

- Time evolution of correlations in a two-mode open system, Serban Suciu, and Aurelian Isar, 50th Symposium on Mathematical Physics, Torun, Poland, June 2018 – Poster Presentation

- Resource Theory in Open Systems, Serban Suciu, and Aurelian Isar, 25th Central- European Workshop on Quantum Optics (CEWQO), Mallorca, Spain, May 2018 – Poster Presentation

- Resource Theory in two-mode Gaussian Open Systems, Serban Suciu, Aurelian Isar, 16th International Conference on Squeezed States and Uncertainty Relations (ICSSUR 2019), Madrid, Spain, June 17-21, 2019 – Poster Presentation

- Resource Theory in two-mode Gaussian Open Systems, Serban Suciu, Aurelian Isar, 26th Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO 2019), Paderborn University, Germany, June 3–7, 2019 – Poster Presentation

- Information in open quantum systems, Serban Suciu, Aurelian Isar, SEENET-MTP 2020 Workshop: Quantum Fields and Non-Linear Phenomena, 27-29 Sep 2020, Online, Romania – Oral Presentation

Cuprins

1
Introducere

Teoria informaţiei cuantice a devenit în ultimii ani un element de bază al fizicii moderne. O abordare a mecanicii cuantice din punctul de vedere al teoriei informației cuantice a dat naștere multor aplicații în calcul, criptografie și optică. Totul a pornit de la un aparent paradox propus în 1935 de Einstein, Podolsky și Rosen [1], conform căruia informația părea că se propagă mai repede decât lumina. De atunci, așa-numitul paradox EPR a fost rezolvat, dar mecanismul propus în lucrare a devenit baza majorității protocoalelor de informație cuantică. Entanglement, așa cum se numește acum, proprietatea unui sistem de a fi inseparabil, care decurge din principiul superpoziţiei al mecanicii cuantice, a fost de atunci studiat temeinic și încorporat în teoria cuantică.

La începutul secolului, unele articole au arătat că entanglementul este doar o parte a unui domeniu mai mare de corelații cuantice. Prima clasă mai largă de corelații cuantice a fost numită discord, care decurge dintr-o nepotrivire între cuantificarea a două măsuri echivalente în teoria clasica a informației [2, 3, 4]. Acest lucru a deschis o cutie a Pandorei în domeniul teoriei informației cuantice, ducând la o cursă pentru identificarea altor corelații cuantice dincolo de entanglement. S-au făcut eforturi pentru a extinde acest domeniu și a încorpora toate tipurile posibile de corelații, clasice sau de altă natură.

Progresul în dezvoltarea teoriei informației cuantice a venit dintr-o abordare a teoriei resurselor pentru entanglementul cuantic. Ideea de bază din spatele teoriei resurselor este de a delimita și restricționa setul de operații care pot fi efectuate pe un sistem cuantic. În acest fel, anumite proprietăți intrinseci ale sistemului apar ca „resurse” ce pot fi valorificate și manipulate pentru sarcini operaționale specifice. Au fost propuse și alte resurse pentru informația cuantică, cum ar fi discordul (corelații neclasice între sistemele cuantice chiar și în stări separabile), steering (abilitatea unei părți de a „dirija” starea altei părți îndepărtate prin măsurători locale), coerența (necesară pentru ca corelațiile cuantice să fie prezente), concurența (gradul de încrucișare prezent într-o stare comună) și multe altele [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20].

Teza urmează o ordine cronologică a evenimentelor. Inițial, accentul e pe conceptul de discord cuantic și rolul său esențial în natura corelațiilor prezente în sistemele cuantice deschise. O adăugare relativ recentă la teoria informației cuantice, discordul cuantic, a atras o atenție semnificativă datorită capacității sale de a capta și cuantifica corelații, chiar și în stări care nu sunt entangled. Cu toate acestea, introducerea sa a fost destul de arbitrară, rezultând dintr-o nepotrivire a două măsuri echivalente din teoria clasică a informației care, atunci când sunt cuantificate, dau rezultate diferite, de unde și numele de discord. O primă idee a fost de a oferi o descriere cuantică directă folosind geometria stărilor cuantice care a dus la așa-numitul discord geometric. Aici, alegerea metricii este extrem de importantă și a dat naștere unui număr mare de rezultate [21, 22, 23, 24, 25]. Introdus în 2010 [26], a fost contestat în 2012 [27], dar ideea de a folosi distanța până la cea mai apropiată stare fară resurse pentru a defini o măsură pentru resursa respectivă a rămas. Problemele au provenit în mare parte din alegerea unor metrici necontractive și neconvexitatea spațiului subiacent.

În timp, coerența cuantică a fost propusă ca o condiție necesară pentru ca orice corelații cuantice să fie prezente într-un sistem [28]. Este strâns legată de conceptul de superpoziţie, iar articolele anterioare despre superpoziţie s-au dovedit a fi relevante în cuantificarea coerenţei [29]. Cuantificarea coerenței a dat naștere teoriei resurselor, fiind introdusă ca o modalitate bună de a o măsura [30]. Având în vedere succesul său, a început o altă cursă, în care teoria resurselor a fost extinsă pentru a cuantifica toate celelalte corelații descoperite până acum. Încercarea de a aplica teoria resurselor la entanglement și discord s-a dovedit destul de dificilă, dar a oferit o înțelegere solidă a naturii corelațiilor generale în sistemele deschise. În cele din urmă, a fost introdus un cadru matematic riguros odată cu crearea aplicaţiilor de distrugere a resurselor [19], care au explicat limitările abordării teoriei resurselor în teoria informației cuantice.

Scrierea acestei teze a început imediat după introducerea discordului geometric. Scopul inițial a fost extinderea rezultatelor la dinamica sistemelor deschise gaussiene. Deși a avut succes în acest demers, abordarea geometrică încă nu explică pe deplin discordul, nu existată o structură clară a corelațiilor prezente în sistemele deschise. Introducerea coerenței cuantice a dovedit că discordul nu a fost ultima frontieră și a lăsat deschisă întrebarea despre cum se potrivesc toate aceste măsuri împreună. În cele din urmă, un răspuns a venit din cadrul teoriei resurselor.

Teza este structurată în felul următor:

Capitolul 1 conţine Introducerea.

Capitolul 2 este o privire de ansamblu asupra sistemelor deschise cuantice. Acestea sunt sisteme cuantice care evoluează sub influența unui mediu extern. Mai exact, luăm în considerare cazul variabilelor continue și stărilor gaussiene, încheind cu o descriere analitică completă a evoluției unui sistem deschis gaussian, așa-numita ecuație master GKLS. De asemenea, oferim o simulare pentru evoluția entanglementului într-un astfel de sistem în scopul stabilirii unui punct de referință pentru tipurile mai exotice de corelații cuantice prezente în restul tezei.

Capitolul 3 introduce discordul cuantic. Începem cu o scurtă prezentare generală a entropiilor cuantice și prima definiție propusă pentru o măsură generală a „cuanticitaţii” unei stări, numit discordul entropic. Arătăm că modificările ulterioare ale acestei definiții, în principal prin adoptarea unei perspective geometrice, pot oferi o mai bună înțelegere a conceptului. Prezentăm rezultatul obținut din studiul discordului geometric și îl extindem la o abordare proto-teoretică a resurselor privind corelațiile cuantice. Aceste rezultate sunt obținute înainte de 2016, când a avut loc o inovare în teoria resurselor cuantice, care oferă un cadru pentru studiul tuturor corelațiilor generale din sistemele cuantice.

Capitolul 4 conţine o prezentare a cadrului oferit de teoria resurselor cu aplicaţii in teoria informației cuantice. Aceasta se bazează pe conceptul de aplicaţii care distrug resursele şi oferă o descriere matematică riguroasă a diferitelor măsuri de corelaţii care pot fi definite în sistemele cuantice. Prezentam rezultatele obținute prin utilizarea acestui cadru în studiul coerenței cuantice, o clasă mai mare de corelații generale.

În Capitolul 5 arătăm că acest cadru poate fi folosit pentru a defini cea mai mare clasă de corelații generale prezente într-un sistem deschis. Aceasta este o limită superioară a informației utile din punct de vedere operațional, prezentă într-un sistem, şi o numim informaţie liberă. Cu această cantitate putem vedea în sfârșit o radiografie a structurii informației clasice și cuantice prezente într-un sistem cuantic deschis gaussian.

Capitolul 6 conţine concluziile tezei. Se încheie cu o imagine care prezintă o simulare a tuturor măsurilor diferite studiate în această teză, evaluată cu aceiaşi parametri pentru diferitele măsuri.

2
Sisteme Deschise Gaussiene

Un sistem cuantic deschis este un sistem care interacționează cu un mediu extern, ducând la fenomene precum decoerența și disiparea. Printre diferitele tipuri de sisteme cuantice deschise, sistemele deschise gaussiene au atras o atenție deosebită datorită relevanței lor matematice în optica cuantică și teoria informației cuantice. Sistemele deschise gaussiene sunt o subclasă de sisteme cuantice deschise în care sistemul și mediul sunt ambele descrise de stări gaussiene. Aceste stări sunt pe deplin caracterizate prin primul și al doilea moment statistic, garantând astfel o descriere analitică. Evoluția sistemelor gaussiene prin operații liniare le păstrează natura gaussiană, o caracteristică cheie în simplificarea descrierii lor matematice.

În general, se încearcă separarea unui sistem mare în două părți, sistemul de interes și un mediu mult mai mare. Mediul este descris cu o rezoluție mai mică, ca să spunem așa, concentrându-ne pe subsistemul interesant. Acest lucru face ca evoluția în timp a sistemului deschis să nu fie unitară, deoarece odată ce informația „se scurge” în mediu, aceasta nu poate reveni.

$$\begin{array}{l} \text{Sistem } \rho \in [S+E](\mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_E) \\ \boxed{\begin{array}{r} \boxed{\begin{array}{r} \rho_S \in S(\mathcal{H}_S) \\ \text{Sistem Deschis} \end{array}} \leftrightarrow \rho_E \in E(\mathcal{H}_E) \\ \text{Mediu} \end{array}} \end{array} \tag{2.1}$$

Rezolvarea ecuațiilor de mișcare pentru sistemul total este, în general, o problemă insolubilă. Dacă presupunem, totuși, timpi scurti de corelare cu mediul și ignorăm orice efecte de memorie, dinamica redusă a sistemului poate fi aproximată. Aceasta se numește aproximare markoviană, iar dinamica sistemului deschis poate fi exprimată în termeni de aplicaţii dinamice care formează un așa-numit semigrup dinamic cuantic.

Formal, un semigrup dinamic cuantic este format dintr-o familie cu un parametru de aplicaţii ϕ_t ($t \geq 0$) luate dintr-o algebră von Neumann care acționează asupra unui spațiu Hilbert, astfel încât [36]:

1. ϕ_t este pozitivă
2. ϕ_t lasă elementul neutru $\mathbb{1}$ neschimbat: $\phi_t(\mathbb{1}) = \mathbb{1}$
3. ϕ_t, ϕ_s sunt asociative: $\phi_t\phi_s = \phi_{t+s}$
4. ϕ_0 este element neutru: $\lim_{t\to 0} \phi_t(\rho) = \rho$
5. ϕ_t este normală.

Ideal, dacă am putea descrie evoluţia unitară a sistemului total, am recupera starea sistemului de interes din urma parţială peste mediu $\rho_S(t) = \mathrm{tr}_E\, \rho(t)$. Alternativ, dacă starea mediului ρ_E și timpul final t sunt fixe, atunci ϕ_t este o aplicaţie dinamică care acționează asupra spațiului Hilbert al sistemului deschis

$$\phi_t : \; S(\mathcal{H}_S) \mapsto S(\mathcal{H}_S)$$

și descrie schimbarea stării sistemului deschis în timp:

$$\begin{array}{ccc} \rho(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_E & \xrightarrow{\text{Evoluţie unitară}} & \rho(t) = U(t)[\rho_S(0) \otimes \rho_E]U^\dagger(t) \\ \mathrm{tr}_E\, \rho \Big\downarrow & & \Big\downarrow \mathrm{tr}_E\, \rho \\ \rho_S(0) & \xrightarrow{\text{Aplicaţie dinamică}} & \rho_S(t) = \phi_t(\rho_S(0)). \end{array} \tag{2.2}$$

Pentru orice semigrup dinamic cuantic există o aplicaţie liniară $\mathcal{L}$, numită lindbladian, care generează semigrupul

$$\phi_t = e^{\mathcal{L}t}. \tag{2.3}$$

Pentru orice evoluţie de forma

$$\rho(t) = \phi_t \rho(0) = e^{\mathcal{L}t}\rho(0) \tag{2.4}$$

nu este posibilă găsirea stărilor $\rho(t)$ cu $t < 0$ care evoluează în $\rho(0)$. Aceasta înseamnă că domeniul operatorului $e^{\mathcal{L}t}$ este contractiv pentru creșterea t, sau cu alte cuvinte, nu este inversabil în spațiul total al stărilor. Aceasta are ca rezultat o evoluție neunitară, ireversibilă către viitor, sugerând producerea de entropie și pierderea de informație (evoluţie markoviană).

2.1 Ecuaţia Master GKLS

Cea mai generală, complet solubilă analitic, descriere a evoluției ireversibile în timp a unui sistem deschis este dată de ecuația cuantică master Gorini-Kossakowski-Lindblad-Sudarshan (GKLS). Aceasta descrie evoluția markoviană a sistemului indusă de semigrupurile dinamice cuantice. Putem exprima această ecuație în variabile continue pentru o stare gaussiană cu două moduri $\rho(t)$ în reprezentarea Schrödinger [36, 39, 40]:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho(t)] + \frac{1}{2\hbar}\sum_j (2V_j\rho(t)V_j^\dagger - \{\rho(t), V_j^\dagger V_j\}_+). \qquad (2.5)$$

Aici, H denotă hamiltonianul sistemului deschis, iar operatorii $V_j, V_j^\dagger$, definiți pe spațiul Hilbert al hamiltonianului H, reprezintă interacțiunea sistemului deschis cu mediul. Natura gaussiană a stării este păstrată în timpul evoluției în timp a sistemului dacă starea inițială este gaussiană [41].

Hamiltonianul a doi oscilatori armonici nerezonanți, necuplați, de masă m și frecvențe ω_1, ω_2 este

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{m}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2), \qquad (2.6)$$

unde x, y sunt coordonatele, p_x, p_y sunt momentele celor două moduri bosonice și $V_j, V_j^\dagger$ sunt luate polinoame de gradul întâi în aceste observabile canonice $(j = 1, 2, 3, 4)$ [41]:

$$V_j = a_{xj}p_x + a_{yj}p_y + b_{xj}x + b_{yj}y, \qquad (2.7)$$

$$V_j^\dagger = a_{xj}^* p_x + a_{yj}^* p_y + b_{xj}^* x + b_{yj}^* y, \qquad (2.8)$$

unde $a_{xj}, a_{yj}, b_{xj}, b_{yj} \in \mathbf{C}$.

Starea gaussiană bipartită, cu două moduri $\rho(t)$ are matricea de covarianță

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{xp_x}(t) & \sigma_{xy}(t) & \sigma_{xp_y}(t) \\ \sigma_{xp_x}(t) & \sigma_{p_xp_x}(t) & \sigma_{yp_x}(t) & \sigma_{p_xp_y}(t) \\ \sigma_{xy}(t) & \sigma_{yp_x}(t) & \sigma_{yy}(t) & \sigma_{yp_y}(t) \\ \sigma_{xp_y}(t) & \sigma_{p_xp_y}(t) & \sigma_{yp_y}(t) & \sigma_{p_yp_y}(t) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} A & C \\ C^{\mathrm{T}} & B \end{pmatrix}, \qquad (2.9)$$

ce poate fi scrisă în formă standard:

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} a(t) & 0 & c(t) & 0 \\ 0 & a(t) & 0 & d(t) \\ c(t) & 0 & b(t) & 0 \\ 0 & d(t) & 0 & b(t) \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc} A & C \\ C^{\mathrm{T}} & B \end{array} \right), \qquad (2.10)$$

cu condiţia că $\det A$, $\det B$, $\det C$ şi $\det \sigma(t)$ rămân invariante.

Ecuațiile de mișcare pentru corelațiile cuantice ale coordonatelor şi momentele celor două moduri sunt următoarele [41]:

$$\frac{d\sigma(t)}{dt} = X\sigma(t) + \sigma(t)X^{\mathrm{T}} + 2D, \qquad (2.11)$$

unde

$$X = \begin{pmatrix} -\lambda & 1/m & 0 & 0 \\ -m\omega_1^2 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1/m \\ 0 & 0 & -m\omega_2^2 & -\lambda \end{pmatrix}, \qquad (2.12)$$

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xp_x} & D_{xy} & D_{xp_y} \\ D_{xp_x} & D_{p_xp_x} & D_{yp_x} & D_{p_xp_y} \\ D_{xy} & D_{yp_x} & D_{yy} & D_{yp_y} \\ D_{xp_y} & D_{p_xp_y} & D_{yp_y} & D_{p_yp_y} \end{pmatrix}, \qquad (2.13)$$

iar coeficienții de difuzie D_{xx}, D_{xp_x},... și constanta de disipare λ sunt mărimi reale.

Soluţia pentru ecuaţia dependentă de timp (2.11) este dată de [41]

$$\sigma(t) = e^{Xt}[\sigma(0) - \sigma(\infty)]\left(e^{Xt}\right)^T + \sigma(\infty), \qquad (2.14)$$

unde e^{Xt} trebuie să îndeplinească condiția $\lim_{t\to\infty} e^{Xt} = 0$.

Valorile la infinit se obțin din ecuația

$$X\sigma(\infty) + \sigma(\infty)X^{\mathrm{T}} = -2D. \qquad (2.15)$$

Dacă presupunem că starea asimptotică a sistemului deschis este o stare Gibbs ce corespunde la doi oscilatori armonici cuantici independenți în echilibru termic la temperatura T, atunci coeficienții de difuzie cuantică au următoarea formă [40]:

$$D = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2m\omega_1}\coth\frac{\omega_1}{2T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda m\omega_1}{2}\coth\frac{\omega_1}{2T} & 0 & \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{2m\omega_2}\coth\frac{\omega_2}{2T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda m\omega_2}{2}\coth\frac{\omega_2}{2T} \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

iar ecuaţia este întru totul rezolvabilă analitic.

2.2 Entanglementul în Sisteme Deschise Gaussiene

Entanglementul este proprietatea cea mai studiată a teoriei informației cuantice și stă la baza majorității protocoalelor și schemelor de calcul cuantic. Este studiat pe larg în literatură și a fost extins la sisteme deschise [42]

Ca un exemplu de evoluție a corelațiilor cuantice într-un sistem deschis, entanglementul cuantic are o descriere destul de simplă în sistemele de variabile continue, în termeni de negativitate logaritmică [43, 44, 45]:

$$E = \max\{-\log_2[2\tilde{\nu}_-],\ 0\}, \quad (2.17)$$

unde $\tilde{\nu}_-$ este cea mai mică valoare simplectică a transpusei parțiale $\tilde{\sigma}$ a matricei de covarianță σ. Pentru valorile pozitive $-\log_2[2\tilde{\nu}_-]$ determină puterea entanglementului, iar pentru valorile seminegative $-\log_2[2\tilde{\nu}_-] \leq 0$ starea este separabilă.

Evoluția în timp a entanglementului între două moduri bosonice necuplate la o temperatură dată T a băii termice este descrisă de ecuația GKLS

$$E(t, T) = \max\{-\log_2[2\tilde{\nu}_-(\sigma(t, T))],\ 0\} \quad (2.18)$$

cu parametrii modelului aleși pentru masă (m, luați de obicei ca 1), coeficientul de amortizare (λ), frecvențele modurilor bosonice (ω_1 și ω_2), numărul mediu de fotoni termici asociați celor două moduri (n_1 și n_2) și parametrul de squeezing (r).

Pentru a face simularea, o stare inițială este luată în mod arbitrar. Aceasta este de obicei o stare termică, deoarece este mai ușor de tratat matematic și este predominantă în literatură. În general, starea nu își păstrează caracterul termic in evoluția sistemului deschis.

Rezultatele sunt prezentate în Fig. 2.1. Pentru orice temperatură pozitivă $T > 0$, negativitatea logaritmică devine zero într-un timp finit, un fenomen numit moartea subită a entanglementului. Pentru $T = 0$, negativitatea logaritmică rămâne strict pozitivă pentru timpi finiți și tinde la zero în regimul asimptotic. Orice stare inițială separabilă rămâne separabilă pentru orice timp și temperatură.

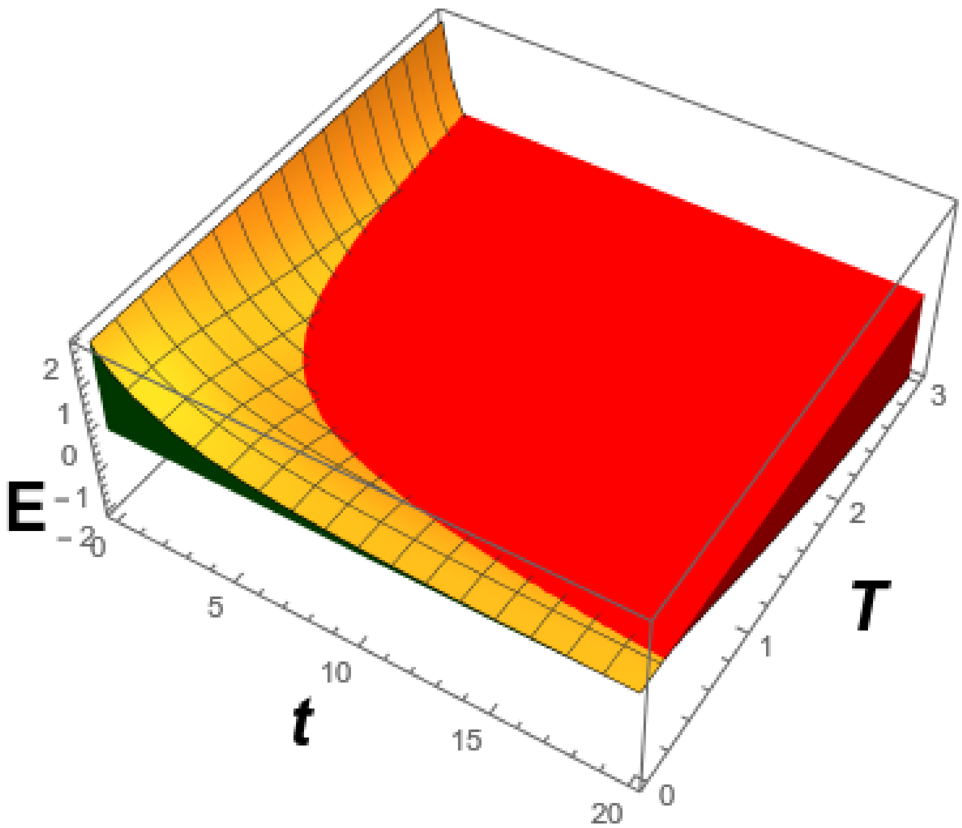


Figura 2.1: Evoluția negativității logaritmice a entanglementului $E(t, T)$ pentru două moduri bosonice de frecvențe $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 1.5$, numărul mediu de fotoni termici $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, parametrul de squeezing $r = 0.9$ şi coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$.

3
Discordul Cuantic

Entanglementul nu este singurul tip de corelație cuantică care există. Un alt concept important este cel de discord cuantic, care se referă la corelațiile non-clasice care apar între două sisteme cuantice chiar și atunci când acestea sunt separabile.

Studiul discordului cuantic a câștigat o atenție semnificativă în ultimii ani datorită potențialelor sale aplicații în procesarea informației cuantice, criptografia cuantică și metrologia cuantică. Conceptul de discord cuantic a fost propus în 2001 [3, 4] ca măsură a corelațiilor cuantice totale prezente într-un sistem și cuantifică perturbarea cauzată de o măsurătoare.

Dacă măsurăm entropia relativă de la un sistem cuantic la el însuși când acesta e necorelat ($\rho = \rho_A \otimes \rho_B$, cu $\rho_A = \mathrm{tr}_B\, \rho$ și $\rho_B = \mathrm{tr}_A\, \rho$) obținem

$$S(\rho||\rho_A \otimes \rho_B) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho). \tag{3.1}$$

Aceasta este variaţia entropiei von Neumann care rezultă din luarea urmei pe subsisteme și este o măsură a pierderii de informație. Aceasta este analoagă cu o măsură din teoria probabilității clasice numită informație mutuală, definită ca

$$I(X,Y) = D_{KL}(P_{(X,Y)}||P_X \otimes P_Y), \tag{3.2}$$

unde D_{KL} este divergența Kullback–Leibler (sau entropia relativă în fizică) și $P_{(X,Y)}$ este distribuția comună a variabilelor aleatoare X și Y cu distribuții marginale de probabilitate P_X și, respectiv, P_Y. Informația mutuală este nenegativă, simetrică și poate fi exprimată în termeni de entropie comună și condițională, după cum urmează:

$$\begin{aligned} I(X,Y) &\equiv H(X) + H(Y) - H(X,Y) && (3.3)\\ &\equiv H(X) - H(X|Y) && (3.4)\\ &\equiv H(Y) - H(Y|X), && (3.5) \end{aligned}$$

unde $H(X,Y)$ este entropia comună și $H(X|Y),\ H(Y|X)$ sunt entropii condiționale. Expresia entropiei comune are un analog direct în teoria informației cuantice, entropia relativă. Cu toate acestea, expresiile care depind de entropia condițională dau un rezultat diferit atunci când sunt cuantificate, ceea ce înseamnă că, deși aceste expresii sunt echivalente în teoria clasică a informației, ele nu sunt egale în teoria informației cuantice:

$$I(\rho) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho) \neq S(\rho_A) - S(\rho_{A|B}) \tag{3.6}$$
$$\neq S(\rho_B) - S(\rho_{B|A}). \tag{3.7}$$

Această descoperire a condus la ideea că ar putea exista și alte corelații non-clasice dincolo de entanglement. Gradul de neconcordanţă dintre aceste două expresii a fost numit „discord" și este prima astfel de corelație propusă.

3.1 Discordul Entropic

Pentru o stare bipartită arbitrară $\rho \equiv \rho_{AB}$, corelațiile totale sunt exprimate prin informația mutuală cuantică, analogul cuantic al informației mutuale Shannon:

$$I(\rho) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho), \tag{3.8}$$

unde $\rho_A = \mathrm{tr}_B\,\rho$ și $\rho_B = \mathrm{tr}_A\,\rho$ reprezintă matricile reduse de densitate ale subsistemelor A și respectiv B, iar $S(\rho)$ este entropia von Neumann.

Henderson și Vedral au propus o măsură a corelațiilor clasice bipartite $J(\rho)$ [3] bazată pe un set complet de proiectori locali $\{\Pi_k\}$ pe subsistemul B: corelațiile clasice din starea cuantică bipartită ρ sunt date de

$$J(\rho_{A|B}) = S(\rho_A) - \inf_{\{\Pi_k\}} S(\rho_{A|\Pi_k}), \tag{3.9}$$

unde

$$S(\rho_{A|\Pi_B}) = \sum_k p_k S(\rho_{A|\Pi_k}) \tag{3.10}$$

este entropia condițională a subsistemului A și $\inf_{\{\Pi_k\}} S(\rho_{A|\Pi_k})$ reprezintă valoarea minimă a entropiei în raport cu un set complet de măsurători locale $\{\Pi_k\}$. Aici, p_k este probabilitatea de măsurare pentru al k-lea proiector local Π_k

$$p_k = \mathrm{tr}[\rho\Pi_k] \tag{3.11}$$

și $\rho_{A|\Pi_k}$ indică starea redusă a subsistemului A după măsurătorile locale pe subsistemul B:

$$\rho_{A|\Pi_k} = \frac{1}{p_k}\mathrm{tr}_B[\rho\Pi_k] = \frac{\mathrm{tr}_B[\rho\Pi_k]}{\mathrm{tr}[\rho\Pi_k]}. \tag{3.12}$$

Aceste două măsuri, $I(\rho)$ și $J(\rho_{A|B})$, dau același rezultat când sunt exprimate în mod clasic. Cuantificarea lor dă rezultate diferite și devin „discordante”, ca să spunem așa. Prin urmare, discordul cuantic este definit de

$$D(\rho_{A|B}) = I(\rho) - J(\rho_{A|B}). \tag{3.13}$$

O interpretare simplă poate conduce la concluzia că unul dintre ele măsoară corelațiile totale, iar celălalt doar pe cele clasice, prin urmare diferența lor va fi gradul de „cuanticitate” al unei stări. În realitate, există o nuanță ascunsă aici. Zurek a interpretat discordul ca diferența dintre eficiența demonilor Maxwell cuantici și clasici [47]. Este câștigul în eficiență al unui motor Szilard (un motor abstract care funcționează pe informație) dacă este alimentat cu informație cuantică în loc de informaţie clasică. De asemenea, poate fi interpretat drept cantitatea de informație pe care un observator clasic o omite atunci când încearcă să descrie un sistem cuantic [48]. Acestea sunt doar câteva dintre interpretările lui Zurek, există şi altele.

Discordiul cuantic gaussian al unei stări gaussiene generale cu două moduri ρ este definit ca discordul entropic cuantic în care entropia condițională este restricționată la măsurători gaussiene cu valori pozitive ale operatorilor (GPOVM) generalizaţi în al doilea mod. Cu alte cuvinte, mulțimea de POVM-uri Π_k din entropia condițională $S(\rho_{A|\Pi_B})$ este restrânsă la operații gaussiene, adică păstrează natura gaussiană a stării. Această restricție măsoară doar limita superioară a discordului cuantic, deoarece stările gaussiene nu formează o mulțime convexă.

Entropia von Neumann $S(\rho)$ a unei stări gaussiene cu două moduri ρ depinde numai de spectrul simplectic al matricii sale de covarianță $\sigma(\rho)$,

$$\sigma(\rho) = \begin{pmatrix} A & C \\ C^{\mathrm{T}} & B \end{pmatrix},$$

cu

$$S(\rho) = f(\nu_-) + f(\nu_+) \tag{3.14}$$

şi

$$f(x) = \frac{x+1}{2}\log\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{2}\log\frac{x-1}{2}. \tag{3.15}$$

Aici, $\nu_\mp$ sunt valorile proprii simplectice, date de

$$2\nu_\mp^2 = \Delta \mp \sqrt{\Delta^2 - 4\det\sigma}, \tag{3.16}$$

unde Δ este seralianul

$$\Delta = \det A + \det B + 2\det C. \tag{3.17}$$

Expresia finală a discordului entropic gaussian

$$D_e(\sigma) = I(\sigma) - J(\sigma) \tag{3.18}$$

în termeni de invarianţi simplectici este [49, 51, 52]:

$$D_e(\sigma) = f(\sqrt{\beta}) - f(\nu_-) - f(\nu_+) + f(\sqrt{\varepsilon}), \tag{3.19}$$

unde

$$\varepsilon = \begin{cases} \dfrac{2\gamma^2 + (\beta-1)(\delta-\alpha) + 2|\gamma|\sqrt{\gamma^2 + (\beta-1)(\delta-\alpha)}}{(\beta-1)^2}, \\ \quad \text{dacă} \ \ (\delta-\alpha\beta)^2 \leq (\beta+1)\gamma^2(\alpha+\delta) \\ \dfrac{\alpha\beta - \gamma^2 + \delta - \sqrt{\gamma^4 + (\delta-\alpha\beta)^2 - 2\gamma^2(\delta+\alpha\beta)}}{2\beta}, \\ \quad \text{altfel.} \end{cases} \tag{3.20}$$

Invarianții simplectici $\{\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta\}$ sunt cei trei determinanți ai matricilor bloc și determinantul matricii de covarianță:

$$\alpha \equiv \det A,\ \beta \equiv \det B,\ \gamma \equiv \det C,\ \delta \equiv \det \sigma. \tag{3.21}$$

În Fig. 3.1 este prezentată evoluţia discordului entropic gaussian pentru stari inițiale termice comprimate (squeezed) de două moduri sub forma

$$\sigma = \begin{pmatrix} a & 0 & c & 0 \\ 0 & a & 0 & -c \\ c & 0 & b & 0 \\ 0 & -c & 0 & b \end{pmatrix}, \tag{3.22}$$

cu elementele de matrice date de

$$a = n_1 \cosh^2 r + n_2 \sinh^2 r + \frac{1}{2}\cosh 2r, \tag{3.23}$$

$$b = n_1 \sinh^2 r + n_2 \cosh^2 r + \frac{1}{2}\cosh 2r, \tag{3.24}$$

$$c = \frac{1}{2}(n_1 + n_2 + 1)\sinh 2r. \tag{3.25}$$

Aici, n_1, n_2 sunt numărul mediu de fotoni termici asociaţi celor două moduri și r este parametrul de squeezing.

După cum putem vedea, discordul entropic are o evoluție asimptotică în timp pentru toate stările inițiale non-produs, spre deosebire de entanglement cu așa-numita moarte subită a entanglementului. Utilitatea sa pentru protocoalele cuantice nu este evidentă, mai ales pentru valori scăzute. Cu toate acestea, demonstrează prezența corelațiilor non-clasice în majoritatea stărilor cuantice și oferă o modalitate de a măsura gradul de „cuanticitate” al unei stări.

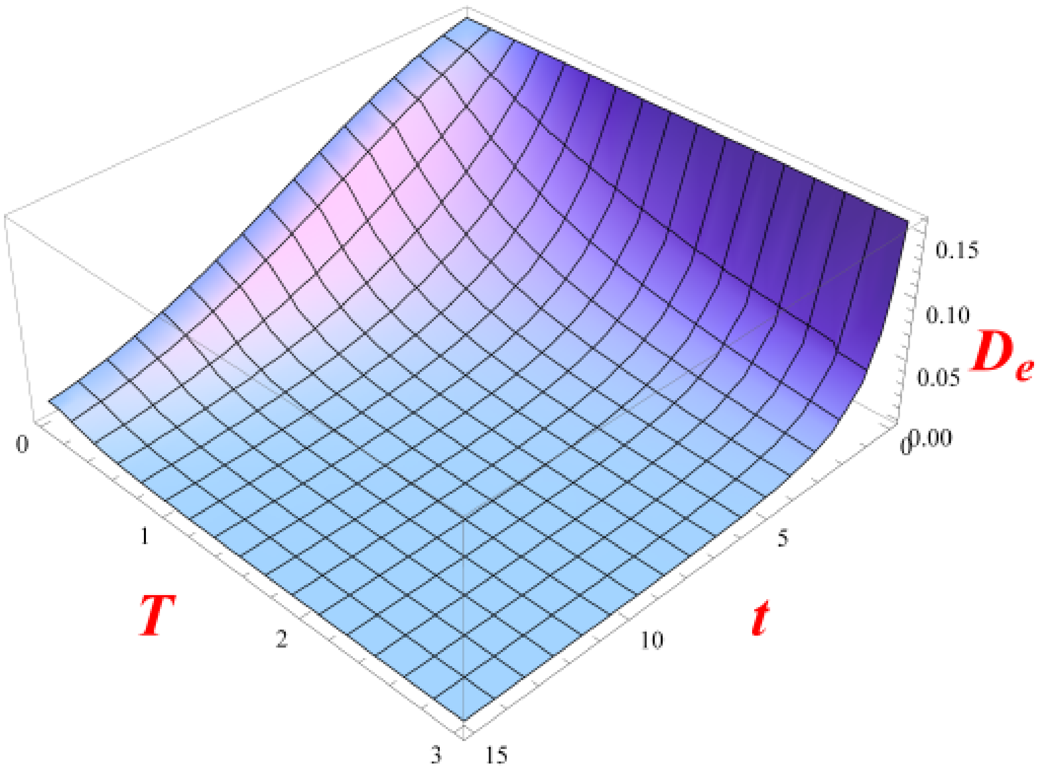


Figura 3.1: Discordul entropic $D_e(t,T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 0.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 1$ și $n_2 = 2$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0.5$.

3.2 Discordul Hilbert-Schmidt

Deoarece discordul entropic a fost introdus în urma unei descoperiri arbitrare, s-au făcut încercări de a oferi o definiție mai intuitivă a acestuia. O propunere a fost interpretarea geometrică, în care gradul de „cuanticitate” al unei stări poate fi definit ca distanța de la acea stare până la cea mai apropiată stare clasică. Astfel, intuitiv, o stare poate fi considerată ca fiind mai cuantică dacă este mai departe de stările clasice.

Prima propunere a folosit cea mai simplă abordare pentru a stabili o condiție necesară și suficientă pentru existența discordului cuantic în stări bipartite [26]. Propune o modalitate geometrică de cuantificare a discordului cuantic, care necesită minimizarea normei pătrate în spațiul Hilbert-Schmidt dintre starea de interes și mulțimea stărilor zero-discord.

Astfel, discordul geometric poate fi definit ca perturbație minimă, măsurată în termenii distanței Hilbert-Schmidt pătrate, indusă pe starea ρ_{AB} de orice măsurătoare proiectivă Π_B pe subsistemul B:

$$D_G(\rho) = \inf_{\Pi_B} ||\rho - \Pi_B(\rho)||_2^2. \tag{3.26}$$

Discordul geometric gaussian (GGD) este distanța Hilbert-Schmidt pătrată minimă dintre o stare gaussiană și cea mai apropiată stare „cuantică clasică”, obținută după un GPOVM generalizat local efectuat doar pentru o singură parte. Astfel, pentru stările gaussiene Π_B poate fi limitat la măsurători gaussiene, păstrând caracterul stării.

Expresia pentru GGD exprimata în funcţie de matrici de covarianţă este:

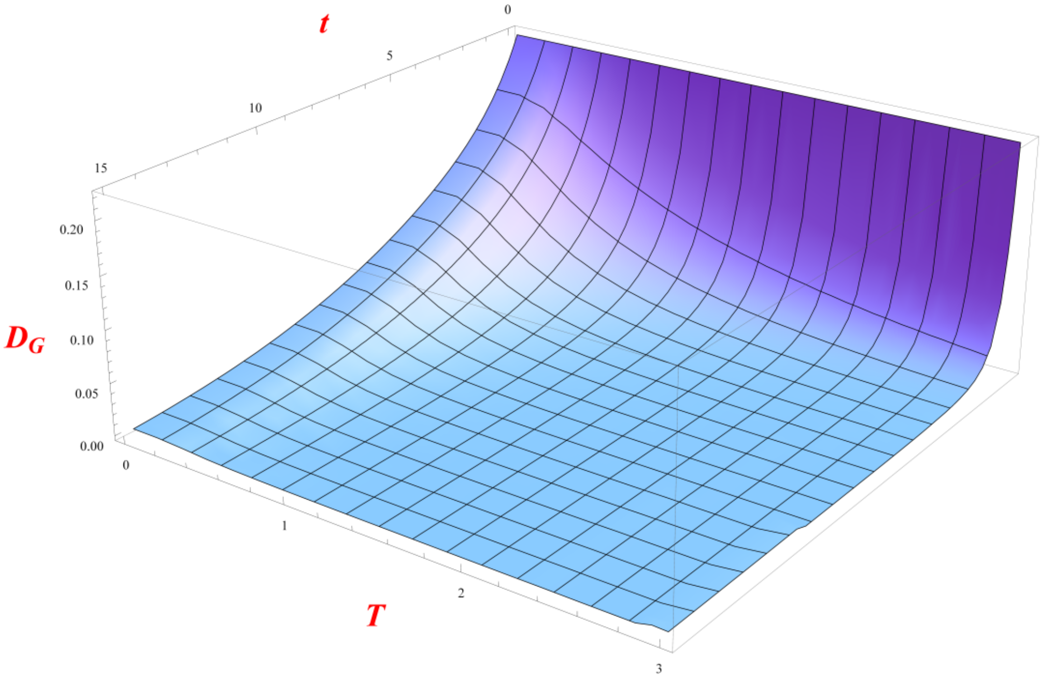
$$D_G(\sigma) = \inf_{\sigma_B} \left(\frac{1}{\sqrt{\det \sigma}} + \frac{1}{\sqrt{\det(\sigma_A \oplus \sigma_B)}} - \frac{2}{\sqrt{\det[(\sigma + \sigma_A \oplus \sigma_B)/2]}} \right), \tag{3.27}$$

şi implică o problemă de optimizare pe al doilea subsistem. Acest lucru poate fi rezolvat analitic pentru unele cazuri particulare, cel mai notabil pentru stările termice comprimate. Chiar dacă pornim de la stări termice, evoluția sistemului sub influența unei băi termale nu păstrează natura acestei stări. Astfel, se poate calcula doar discordul unor stări ce formeaza o mulţime de măsură zero. Problema de optimizare se rezolvă pentru cazul general al oricărei stări gaussiene prin metode numerice [56].

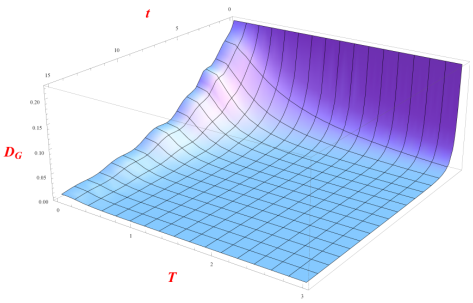
Evoluția GGD este ilustrată în Fig. 3.2, unde reprezentăm dependența D_G de timpul t și temperatura T. Dinamica GGD a celor două moduri bosonice depinde puternic de parametrii care caracterizează sistemul și de coeficienții care descriu interacțiunea sistemului cu rezervorul.

În general, D_G oscilează în timp, apropiindu-se asimptotic de zero pentru timpi mari. Există totuși o excepție, când cele două moduri au $\omega_1 = \omega_2 = 1$. În acest caz, oscilațiile dispar complet și D_G seamănă cu discordul entropic, așa cum se arată în Fig. 3.2a. Oscilațiile au o frecvență mai mare atunci când numerele medii de fotoni termici ale celor două moduri sunt mai mari și este mai ușor de observat atunci când parametrul de squeezing este mai mic. Aceste oscilații apar chiar dacă D_G are valoarea inițială zero, așa cum se arată în Fig. 3.2c.

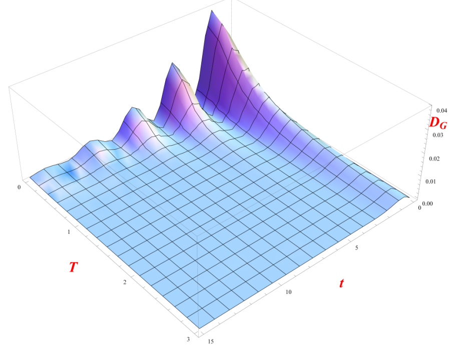
Din figuri putem observa că, în general, discordul geometric oscilează. Acest lucru indică faptul că o cantitate de informație este transferată înapoi din mediu după disipare. Cu toate acestea, lucrăm în aproximarea Markoviană care nu implică efecte de memorie, astfel încât această informație ar trebui să fie pierdută. Fie sistemul nostru este non-markovian, fie măsura noastră este greșită. Concluzia este că distanța Hilbert-Schmidt este necontractivă și nu este o alegere bună, în sensul că expunerea la zgomotul mediului ar trebui să reducă corelațiile și o măsură adecvată ar reflecta acest lucru.



(a) Discordul geometric $D_G(t,T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 1$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 0.1$ și $n_2 = 0.5$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0.6$.



(b) Discordul geometric $D_G(t,T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 0.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 0.1$ și $n_2 = 0.5$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0.6$.



(c) Discordul geometric $D_G(t,T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 0.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 0.1$ și $n_2 = 0.5$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0$.

Figura 3.2: Evoluția discordului geometric gaussian într-un sistem deschis.

3.3 Discordul Hellinger

Putem defini discordul geometric folosind o distanță mai bună, și anume distanța Hellinger. Această măsură duce natural şi la o problemă de optimizare mai ușoară, care poate fi rezolvată analitic. Prin natura măsurilor bazate pe distanță între o stare și cea mai apropiată stare fără discord (stare produs), se captează toate corelațiile (cuantice și clasice) dintre moduri. Prin urmare, este doar o limită superioară a discordului, indiferent de distanța aleasă.

Distanța Hellinger este strâns legată de fidelitatea Uhlmann și distanța Bures. În statistica clasică distanța Hellinger este o măsură a similitudinii dintre două distribuții de probabilitate. În mecanica cuantică, distanța Hellinger d_H între două stări ρ și χ este dată de

$$d_H^2(\rho, \chi) = \mathrm{tr}(\sqrt{\rho} - \sqrt{\chi})^2 = 2 - 2\mathcal{A}(\rho, \chi), \tag{3.28}$$

unde

$$\mathcal{A}(\rho, \chi) = \mathrm{tr}(\sqrt{\rho}\sqrt{\chi}) \tag{3.29}$$

este așa-numita afinitate, un alt analog cuantic pentru suprapunerea a două distribuții de probabilitate. Afinitatea este o mărime nenegativă care poate fi privită ca o măsură de distincție între două stări cuantice. Valoarea sa maximă 1 este atinsă dacă cele două stări cuantice coincid.

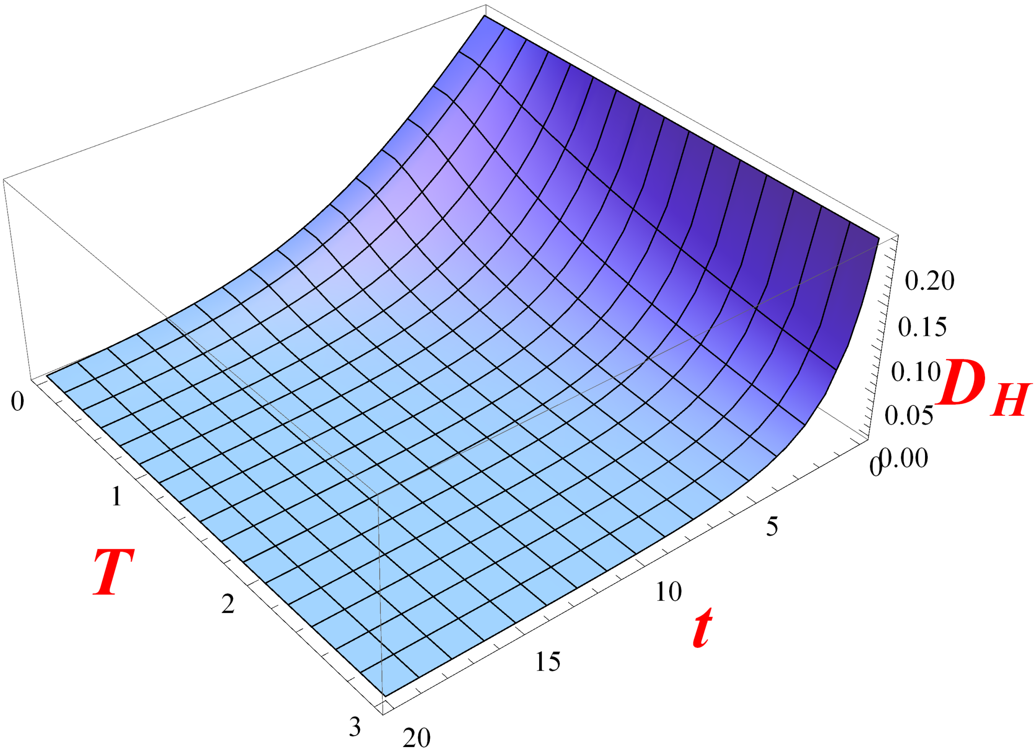
Dacă ne limităm la stările cuantice gaussiene și considerăm că G_0 este mulțimea tuturor stărilor gaussiene care sunt corelate doar clasic, adică cele produs, atunci discordul Hellinger D_H este

$$D_H(\rho) = \min_{\chi \in G_0} \frac{1}{2} d_H^2(\rho, \chi) = 1 - \max_{\chi \in G_0} \mathcal{A}(\rho, \chi). \tag{3.30}$$

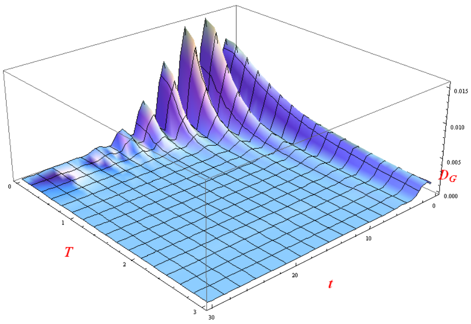
Putem presupune că $D_H(\rho)$ este zero dacă ρ conține doar corelații clasice.

Pentru a simula evoluția în timp a discordului Hellinger sub influența unui mediu, putem lua drept stări gaussiene inițiale ale subsistemului nostru stări de două moduri termice comprimate. Calculăm apoi discordul geometric Hellinger D_H în funcție de timp și temperatură [58]. Evoluția lui D_H este ilustrată în Fig. 3.3a. După cum se vede, are valori finite între 0 și 1 și scade asimptotic la zero în timp sub efectul băii termale. Dacă parametrul de squeezing r este egal cu zero, atunci D_H este zero în orice moment de timp, la orice temperatură. Pentru comparație, Fig. 3.3b și 3.3c arată discordul Hilbert-Schmidt D_G [56] și, respectiv, discordul entropic D_e [52, 59], folosind aceiași parametri pentru model.

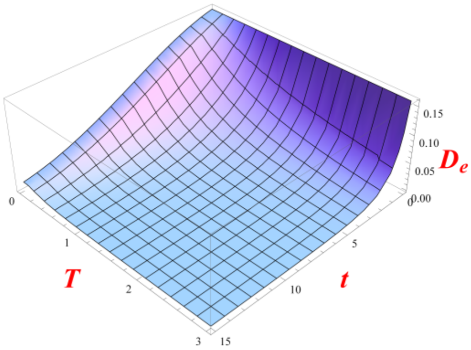
Deoarece distanța Hellinger este contractivă, oscilațiile din discordul Hilber-Schmidt dispar, oferind o măsură mai bună a discordului cuantic în aproximarea markoviană. Cu toate acestea, este destul de dificil de calculat și există încă un oarecare arbitrariu în alegerea distanței. Probabil că orice distanță contractivă va da un rezultat favorabil, deși amplitudinea măsurii nu este definită în raport cu alte proprietăți. Putem încerca să dăm un sens operațional măsurilor geometrice. O abordare este de a defini o măsură abstractă μ ca distanța d de la starea de interes ρ până la starea finală rezultată după terminarea unui proces fizic $\Gamma(\rho)$ care a acţionat pe sistem: $\mu(\rho) \equiv d(\rho,\ \Gamma(\rho))$.



(a) Discordul Hellinger $D_H(t, T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 0.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 1$ și $n_2 = 2$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0.5$.



(b) Discordul Hilbert-Schmidt $D_G(t, T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 0.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 1$ și $n_2 = 2$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0.5$.



(c) Discordul entropic $D_e(t, T)$ în funcţie de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 0.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 1$ și $n_2 = 2$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $r = 0.5$.

Figura 3.3: Comparaţie între discordul Hellinger (sus), discordul Hilbert-Schmidt (stânga jos) şi discordul entropic (dreapta jos) folosind aceiași parametri pentru model.

3.4 Discordul Asimptotic

Evoluția unui sistem prezisă de ecuația master GKLS asigură scăderea asimptotică a discordului cuantic, astfel încât stările fără discord apar doar la timp infinit (dacă stările de la care pornim nu sunt stări produs). Ne putem gândi la acțiunea mediului asupra subsistemului de interes ca la un proces măsurabil, pentru care putem defini o măsură matematică. Distanța până la starea finală poate fi privită ca şi cantitatea de discord încă prezentă în subsistem.

Ecuația master GKLS este în esență un canal gaussian $\Lambda_{T,t}$ pentru o anumită temperatură T și timp t. Spațiul matematic are structură exponențială, prin urmare, pentru $t = 1$, putem defini simplu

$$\Lambda_T \sigma \equiv \Lambda_{T,1} \sigma \tag{3.31}$$

și să punem parametrul de timp ca exponent, astfel încât

$$\sigma(t) = \Lambda_T^t \sigma(0), \tag{3.32}$$

unde $\Lambda^2 = \Lambda \circ \Lambda \equiv \Lambda\Lambda$. Daca presupunem că starea asimptotică

$$\sigma_\infty = \Lambda_T^\infty \sigma(0) \tag{3.33}$$

este o stare Gibbs care corespunde celor două moduri în echilibru termic la temperatura T, atunci sistemul este pe deplin rezolvabil analitic, cu starea asimptotica

$$\sigma(\infty) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\coth\frac{\omega_1}{2kT} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\coth\frac{\omega_1}{2kT} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\coth\frac{\omega_2}{2kT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\coth\frac{\omega_2}{2kT} \end{pmatrix}. \tag{3.34}$$

Astfel, dacă ne limităm la stări de pornire non-produs, putem defini o măsură analogă cu discordul geometric:

$$D(\sigma(t)) = d(\sigma(t), \Lambda_T^\infty \sigma(t)). \tag{3.35}$$

Restricția este necesară deoarece, în general, stările non-discord nu formează o mulțime convexă.

Cantitatea $D(\sigma)$ din ecuația (3.35) este totuși mai asemănătoare cu informația mutuală cuantică, deoarece măsuram de fapt prezența tuturor corelațiilor, clasice și cuantice. Dacă dorim o cantitate complet analogă cu discordul cuantic, ar trebui să scădem o măsură a corelațiilor clasice din sistem. În forma bloc, cu reprezentarea matricii de covarianță a unei stări bipartite σ

$$\sigma = \begin{pmatrix} A & C \\ C^{\mathrm{T}} & B \end{pmatrix}, \tag{3.36}$$

submatricea C conține informaţia despre toate corelațiile cuantice dintre cele două moduri. Matricea de covarianță $\sigma_{\otimes} = A \oplus B$ reprezentând starea produsului $\rho_{\otimes} = \rho_A \otimes \rho_B$ este pe deplin corelată clasic, sau sub formă de matrice bloc

$$\sigma_{\otimes} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}. \tag{3.37}$$

Prin urmare, putem concluziona că un adevărat analog al discordului cuantic poate fi obținut prin extinderea ecuației (3.35) pentru a include evoluția corelațiilor clasice similare cu cantitatea $J(\sigma)$ din discordul entropic $D_e(\sigma) = I(\sigma) - J(\sigma)$, astfel încât

$$D(\sigma(t)) = d(\sigma(t), \Lambda_T^{\infty}\sigma(t)) - d(\sigma_{\otimes}(t), \Lambda_T^{\infty}\sigma_{\otimes}(t)). \tag{3.38}$$

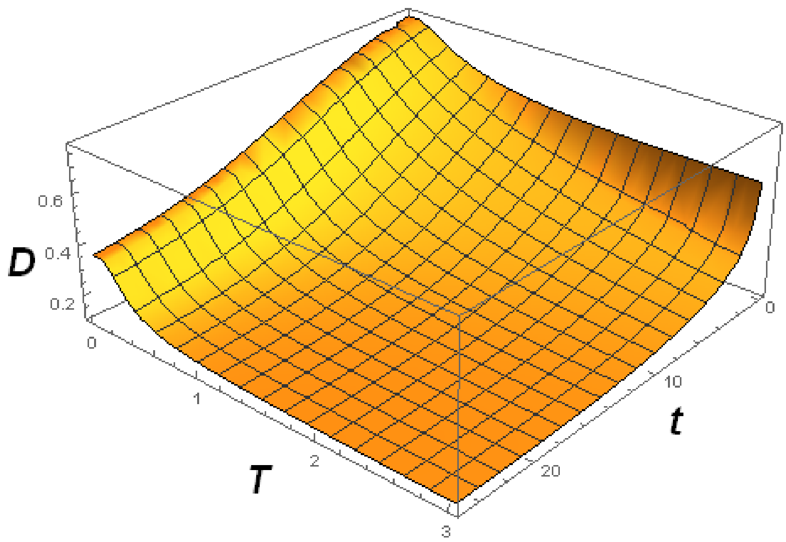
Pentru a reprezenta grafic evoluția sistemului sub influența băii termale, vom lua distanța Bures ca alegere pentru $d(\rho_1, \rho_2)$, datorită relației sale directe cu fidelitatea care este omniprezentă în mecanica cuantică:

$$d(\rho_1, \rho_2) = 2 - 2\sqrt{\mathcal{F}(\rho_1, \rho_2)} = 2 - 2||\sqrt{\rho_1}\sqrt{\rho_2}||_1, \tag{3.39}$$

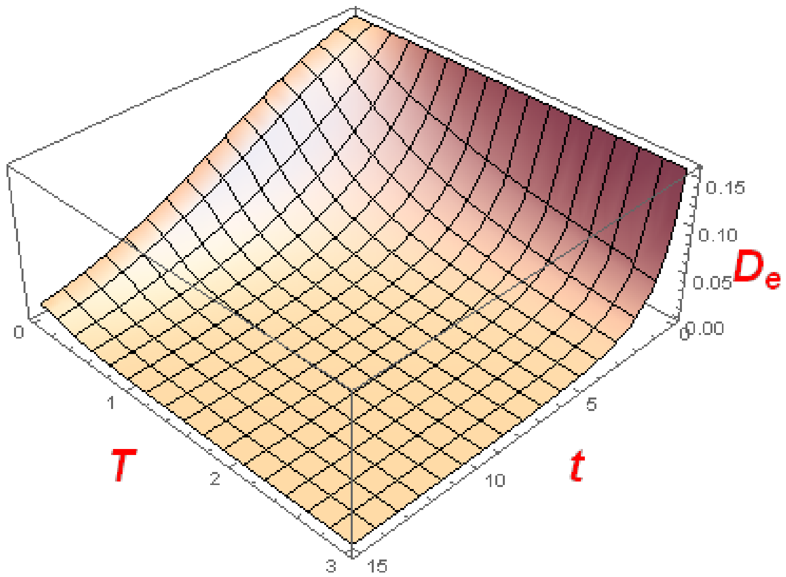
unde $\mathcal{F}$ este fidelitatea Uhlmann

$$\sqrt{\mathcal{F}(\rho_1, \rho_2)} = ||\sqrt{\rho_1}\sqrt{\rho_2}||_1 = \mathrm{tr}\sqrt{\sqrt{\rho_2}\rho_1\sqrt{\rho_2}}. \tag{3.40}$$

În Fig. 3.4, reprezentăm grafic evoluția formulei „eronate” din ecuația (3.35) și o comparăm cu evoluția discordului entropic pentru aceiași parametri de sistem. Deoarece corelațiile clasice nu au fost eliminate din sistem, vedem că acesta are un drop-off mult mai mic și o dimensiune mult mai mare. În Fig. 3.5 este reprezentată evoluţia discordului asimptotic (în forma finală) în comparaţie cu celelalte măsuri propuse pentru discord.

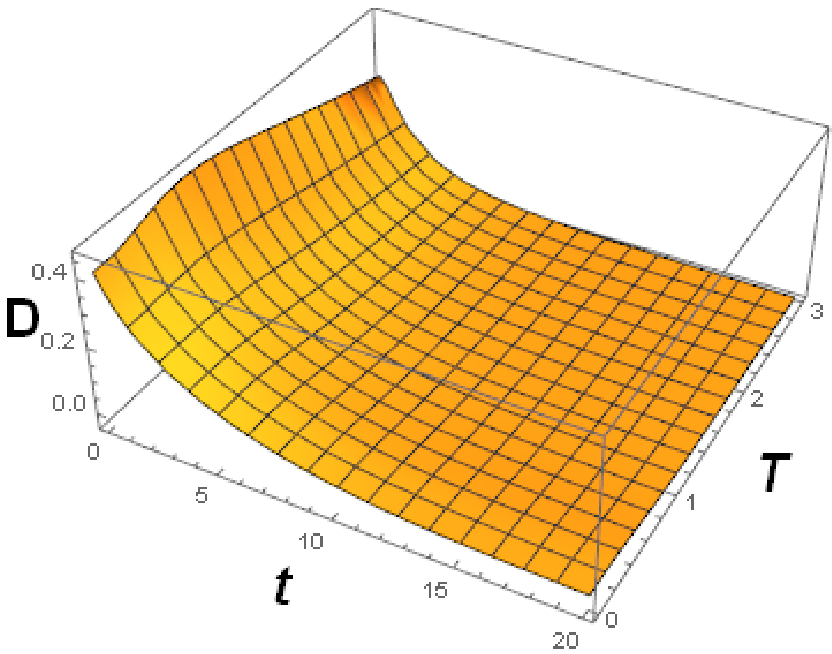


(a) Informaţia mutuala $D(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1, \omega_2 = 1, n_1 = 1, n_2 = 1, r = 0.5$ şi $\lambda = 0.1$.

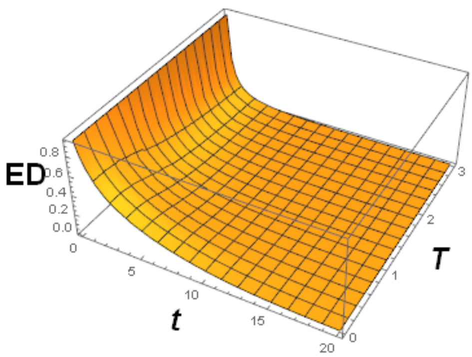


(b) Discordul entropic $D_e(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1, \omega_2 = 1, n_1 = 1, n_2 = 1, r = 0.5$ şi $\lambda = 0.1$.

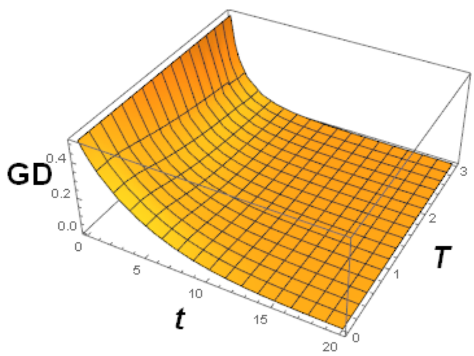
Figura 3.4: Comparație între informația mutuală cuantică interpretată eronat ca discord (sus) și discordul entropic (jos) pentru aceiași parametri de model. Nepotrivirea provine din prezența corelațiilor clasice în graficul de sus.



(a) Discordul asimptotic $D(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1, \omega_2 = 1.5, n_1 = 1, n_2 = 1, r = 0.9$ şi $\lambda = 0.1$.



(b) Discordul entropic $ED(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1, \omega_2 = 1.5, n_1 = 1, n_2 = 1, r = 0.9$ şi $\lambda = 0.1$.



(c) Discordul geometric $GD(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1, \omega_2 = 1.5, n_1 = 1, n_2 = 1, r = 0.9$ şi $\lambda = 0.1$.

Figura 3.5: Comparație între discordul asimptotic (sus), discordul entropic (stânga jos) și discordul geometric (dreapta jos) pentru aceiași parametri de model.

4

Teoria Resurselor

Discordul cuantic a dovedit că există corelații cuantice dincolo de entanglement, prin urmare a început o cursă pentru a găsi alte proprietăți non-clasice. Cea mai de succes abordare a fost din perspectiva teoriei resurselor [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]. Prin limitarea operațiilor permise pe un sistem cuantic, anumite proprietăți ale sistemului pot fi tratate ca resurse pentru protocoalele informaționale.

În cazul entanglementului, pentru a-l vedea ca o resursă, trebuie mai întâi să definim stările care nu au entanglement. Acestea sunt stările separabile și împreună formează așa-numitul set de stări libere F. O altă cerință este definirea setului de operații libere FO, care nu necesită nicio resursă pentru a fi efectuate. În cazul nostru, acestea sunt Operațiile Locale și Comunicarea Clasică (LOCC). În final, este necesară cel puțin o măsură adecvată pentru cantitatea de resursă dintr-o stare $(D(\rho))$. În general, aceasta ia forma unei pseudo-distanțe, ceea ce înseamnă că este nenegativă și contractivă. Exemplele includ negativitatea și forma sa logaritmică, entropia relativă etc.

Formal, orice teorie a resurselor este matematic o categorie monoidală simetrică [9]. O preordine asociată face posibilă definirea de măsuri pentru resurse, deși preordinea în sine este mai fundamentală. În general, preordinea nu poate fi dedusă dintr-o singură măsură. Pentru aplicațiile de informație cuantică, sunt impuse condiții suplimentare, cum ar fi restricționarea operațiilor permise la aplicatii de păstrare a urmelor complet pozitive (CPTP), restricții asupra setului de stări (spații Hilbert), etc. [18, 17]. Condiții suplimentare ajută la modelarea mai bună a sistemelor complexe, cu toate acestea, caracteristicile de bază ale teoriei resurselor rămân neschimbate.

Un cadru matematic puternic se bazează pe aplicaţii matematice care distrug resurse prezente intr-un sistem: Resource Destroying Maps (RDMs) [19]. Un

RDM lasă stările libere neschimbate și duce stările cu resurse în setul liber F. i.e. o aplicaţie λ este un RDM dacă, acționând asupra spațiului total de stări S duce stările cu resurse în stări libere și lasă stările libere neschimbate [19]:

$$\begin{aligned} \text{Dacă } \rho &\notin F : \lambda\rho \in F \ \text{ sau} \qquad (4.1)\\ \text{dacă } \rho &\in F : \lambda\rho = \rho. \qquad (4.2)\end{aligned}$$

Prin urmare o aplicaţie λ este RDM dacă şi numai dacă :

$$\forall \rho \in S : \ \lambda\lambda\rho = \lambda\rho. \qquad (4.3)$$

Cu alte cuvinte, stările libere sunt punctele fixe ale lui λ atunci când acționează asupra S. Un RDM definește o resursă, prin partiționarea unui set total de stări S în stări libere F și stări de resurse R:

$$\begin{aligned} F &= \{\lambda\rho \mid \rho \in S\}, \qquad (4.4)\\ R &= S \backslash F. \qquad (4.5)\end{aligned}$$

Setul de operații libere F_o poate fi generat din setul de operații care comută cu RDM. Astfel, pentru orice teorie a resurselor în care operațiile libere comută cu RDM-ul λ, poate fi definită o clasă de monotoane ușor de calculat care evită optimizările. Anume luând ca măsură μ a resursei prezente ın ρ distanța până la starea liberă asociată prin acţiunea RDM-lui λ pe ρ:

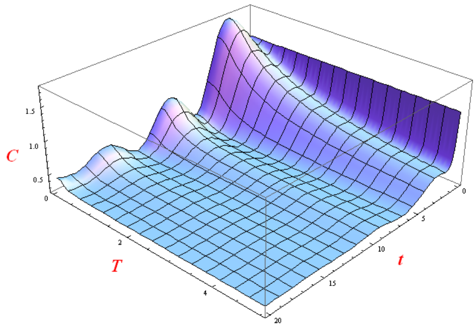
$$\mu(\rho) = d(\rho, \lambda\rho). \qquad (4.6)$$

4.1 Coerenţa Cuantică

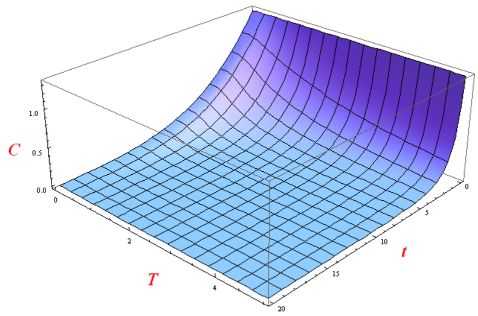
Deși este un element de bază al fizicii, coerența nu a fost propusă decât recent ca o măsură a corelațiilor cuantice. În mecanica cuantică, coerența este strâns legată de conceptul de superpoziţie. Prezența coerenței într-un sistem este o condiție necesară pentru orice tip de corelații neclasice.

Studiul coerenței cuantice a fost un subiect de cercetare intensă, deoarece înțelegerea principiilor care stau la baza care guvernează coerența este esențială pentru dezvoltarea tehnologiilor cuantice ın practică. Una dintre provocările cheie în menținerea coerenței cuantice este susceptibilitatea sistemelor cuantice la zgomotul ambiental și decoerența.

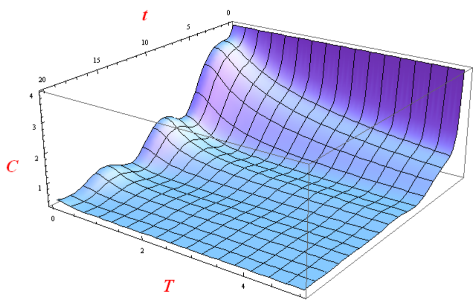
O aplicație a teoriei resurselor este descrierea și cuantificarea coerenței cuantice, în special în sisteme deschise. În acest scop, au fost propuse mai multe abordări și măsuri pentru cuantificarea coerenței [6, 8, 19, 28, 30, 60, 61, 62].



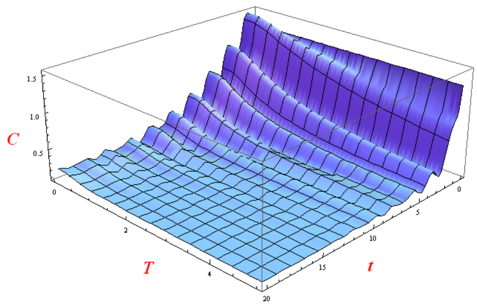
(a) Entropia relativă a coerenţei $C(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1, \omega_2 = 0.5, n_1 = 0.5, n_2 = 1$, $\lambda = 0.1$ şi $r = 0.5$.



(b) Entropia relativă a coerenţei $C(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 1$, $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, $\lambda = 0.1$ şi $r = 0.5$.



(c) Entropia relativă a coerenţei $C(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 0.5$, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $\lambda = 0.1$ şi $r = 1$.



(d) Entropia relativă a coerenţei $C(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 1.5$, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $\lambda = 0.1$ şi $r = 0.5$.

Figura 4.1: Evoluţia entropiei relative a coerenţei într-un sistem deschis.

Prima abordare a coerenței cuantice folosind teoria resurselor este bazată pe conceptul de entropie relativă:

$$C(\rho) = S(\delta_\rho) - S(\rho), \tag{4.7}$$

unde δ_ρ este cea mai apropiată stare gaussiana in echilibru cu baia termală [60].

Evoluția lui C este ilustrată în Fig. 4.1a, 4.1b, 4.1c și 4.1d [65]. După cum se vede, are valori finite și scade asimptotic la zero în timp sub efectul băii termale. Nu este strict monotonă, este doar limita superioară a coerenței deoarece căutam cea mai apropiată stare termică gaussiană și nu una incoerentă în general. Dacă parametrul de squeezing r este zero, atunci C este de asemenea zero, așa cum era de așteptat.

Definiția anterioară pentru coerența cuantică oferă în practică doar o limită superioară a cantității efective prezente în sistem. Există o modalitate de a descrie cantitatea reală prin utilizarea RDM în contextul teoriei resurselor. De fapt, prima aplicație propusă a RDM-urilor a fost pentru descrierea coerenței cuantice [19].

Putem defini o aplicaţie Γ care induce decoerență, astfel încât acționând asupra stării ρ dă

$$\Gamma\rho \equiv \rho_A \otimes \rho_B, \tag{4.8}$$

cu operatorul asociat în spaţiul matricilor de covarianţă

$$\Gamma\sigma = A \oplus B. \tag{4.9}$$

Este diferit de cazul discordului, unde am avut σ_A și σ_B ca rezultate ale unui GPOVM care acționează pe un subsistem. Aici, subsistemele sunt reprezentate direct ca starea totală redusă ρ după urma parțială peste unul dintre subsisteme, adică $\rho_A = \mathrm{tr}_B\,\rho$ și $\rho_B = \mathrm{tr}_A\,\rho$. Acesta este un caz mult mai simplu, care evită orice problemă de optimizare. Acțiunea lui Γ este simplă, iar rezultatele sunt întotdeauna corelate doar clasic, deci stări libere pentru corelațiile cuantice dintre subsisteme. Stările libere de coerență cuantică se numesc stări incoerente.

De asemenea

$$\Gamma^2\rho = \Gamma\rho, \tag{4.10}$$

prin urmare Γ este un RDM pentru această resursa. După cum am văzut anterior, diferența de la o stare la forma sa diagonală este definită ca fiind coerența cuantică. Acesta este un mod mult mai simplu de a caracteriza coerența, mai mult, oferă o definiție corectă, nu doar o limită superioară. Prin urmare putem defini coerenţa cuantica folosind Γ ca RDM:

$$C(\sigma(t)) = d(\sigma(t),\ \Gamma\sigma(t)), \tag{4.11}$$

unde d este orice distanţă contractivă, în cazul nostru distanţa Bures.

După cum putem vedea din Fig. 4.2, coerența cuantică cu RDM are o evoluție asimptotică monotonă, fără oscilații, așa cum este de așteaptat de la o măsură de corelație adecvată care descrie o evoluție a unui sistem deschis markovian sub influenţa unui mediu, folosind subsisteme independente (necuplate).

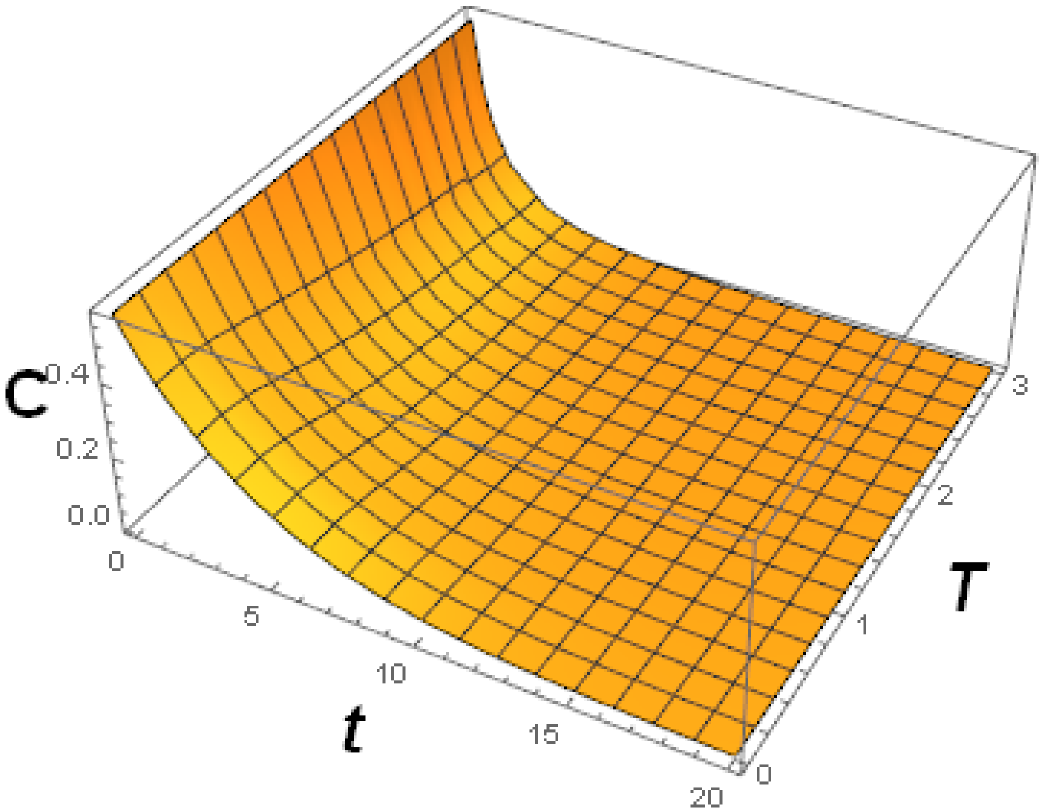


Figura 4.2: Coerența cuantică cu RDM $C(t, T)$ pentru $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 1.5$, $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, $r = 0.9$ şi $\lambda = 0.1$.

Acesta este tot spațiul explorat în literatura de specialitate cu privire la corelațiile generale în sistemele deschise cuantice. Coerența cuantică este considerată cea mai mare clasă de corelații cuantice, existența ei este o condiție necesară pentru prezența tuturor celorlalte corelații cuantice. După cum vom vedea în capitolul următor, există, totuși, o clasă mai mare care cuprinde toate corelațiile (clasice și cuantice) și care oferă o limită superioară operațională pentru orice fel de corelații utile în scopul calcului și informației cuantice.

5

Informaţia Liberă

Alternativ, „Informația liberă în sistemele deschise gaussiene” ar fi putut fi titlul acestei teze. Mi-am propus să explorez natura corelațiilor în sistemele deschise și aceasta este ceea ce am găsit în final. Termenul „informație liberă” este analog cu energia liberă. Dacă energia liberă Helmholtz este cantitatea de energie care poate fi extrasă dintr-un sistem înainte ca acesta să ajungă la echilibru, atunci informația liberă gaussiană este cantitatea de informație care poate fi extrasă dintr-un sistem deschis gaussian înainte de a ajunge la echilibru.

Arătăm că pe orice spațiu compact de stări poate fi definită o clasă de teorii de resurse generate de RDM-uri, unde mulțimea stărilor libere are un singur element. Acestea formează fibre în sens matematic, iar fasciculul de fibre generat de ele formează o teorie completă a resurselor. Având în vedere că natura setului de stări nu este centrală pentru teoria resurselor cuantice [18], acest caz simplu, dar motivat fizic, ar putea găsi o gamă largă de aplicabilitate.

Orice teorie a resurselor definită pe un spațiu de stări S are următoarele componente: un set de stări libere F, un set de stări de resurse $S\backslash F$ și un set de operații libere F_o. Atunci când operațiile libere sunt aplicate unei stări, resursa conținută în aceasta scade sau rămâne aceeași. Setul de stări libere este alcătuit din toate stările care nu conțin nici o resursă.

Sistemele deschise generate de semigrupuri dinamice au o contracție naturală încorporată în ele. Evoluția în timp a unui sistem deschis este descrisă de aplicaţia ϕ_t. Mulțimea

$$\Phi = \{\phi_t \mid t \geq 0\}$$

formează un semigrup deoarece aplicaţia ϕ este asociativă:

$$\phi_t \phi_s = \phi_{t+s}.$$

Aplicaţia ϕ_∞ este un RDM, deoarece

$$\phi_\infty \phi_\infty \rho = \phi_\infty \rho,$$

iar

$$d(\rho, \phi_\infty \rho)$$

este măsura sa de resurse. Aceasta este o limită superioară a tuturor corelațiilor şi implicit a informaţiei disponibile pentru a fi extrasă din sistem. Putem numi această resursă informație liberă, similară cu energia liberă, deoarece este o cantitate disponibilă pentru a fi utilizată în sens practic sau operațional.

Propoziţie 1 *Orice spațiu metric compact (S, d) care are cel puțin o aplicaţie (non-trivială) ne-expansivă ϕ pentru acea metrică are cel puțin o resursă*

$$(S, d, F_o = \{\phi_t\}).$$

Metrica d definește o măsură a resursei prin expresia generală

$$\mu(\rho) = \inf_F d(\rho, \rho_F)$$

și

$$F_o = \{\phi : \ S \mapsto S \mid d(\phi\rho_1, \phi\rho_2) \leq d(\rho_1, \rho_2), \ \rho_1, \rho_2 \in S\}$$

este setul maxim de operații libere. Teoria poate fi rafinată în continuare prin limite ale setului de stări (Banach, Hilbert etc.) și operații libere. Aplicaţiile ϕ_t sunt generate de iterația

$$\phi_t = \phi^t \equiv \phi_1^t, \tag{5.1}$$

unde produsul este operatorul de compoziție $\phi_t \phi_s \equiv \phi_t \circ \phi_s$.

Propoziţie 2 *Orice aplicaţie ne-expansivă pe o stare a unui spațiu compact este o operație liberă pentru orice resursă din acel spațiu.*

Prin definiție, o operație liberă este o operație care nu crește resursele, deci o aplicaţie ne-expansivă pentru măsura resurselor. În special, operatorul identitate $\mathbb{1}$ este întotdeauna o operație liberă pentru orice resursă din orice sistem. O versiune mai puternică a acestei afirmații poate fi dată cu aplicaţii contractive:

Propoziţie 3 *Orice aplicaţie contractivă ϕ și toate iterațiile sale finite ϕ^n sunt operații libere pentru orice resursă măsurată prin metrica asociată d pe starea spațiului (S, d).*

În multe cazuri o teorie a resurselor definită cu un RDM are mulţimea de stări libere cu un singur element $||F|| = 1$. În acest caz teoria resurselor conține o singură familie și o numim teorie trivială a resurselor (TRT). Prin limitarea mulţimii de stări libere la un singur element, toate restricțiile cauzate de topologia lui F sunt evitate. Mulţimile de un element sunt convexe, afine etc. prin convenție (dar nu continue). Deoarece există o singură stare liberă, teoria resurselor este compusă dintr-o singură familie care conține fibra resursă și elementul liber. Fiecare fibră este o mulţime strict ordonată, pot exista totuși elemente cu aceeași măsură de resurse în întregul fascicul (mulţimea stărilor cu resurse este preordonată). După cum vom vedea, în multe cazuri, aceste familii pot fi luate împreună pentru a forma o teorie a resurselor mai complexă.

Propoziţie 4 *Orice operație contractivă (sau subcontractivă) ϕ pe un spațiu metric compact şi complet (S, d) definește o TRT cu iterația ϕ^∞ ca RDM.*

Aceasta decurge direct din teorema lui Banach pentru puncte fixe. Fie ϕ o contracție pe (S, d), atunci

$$\lim_{n\to\infty} \phi^n \equiv \phi^\infty \tag{5.2}$$

este un RDM deoarece

$$\phi^\infty \phi^\infty \rho = \phi^\infty \rho. \tag{5.3}$$

Rezultă că,

$$\forall \rho \in S: \ \mu(\rho) \equiv d(\rho, \phi^\infty \rho) \tag{5.4}$$

este o măsură pentru resurse. Inversa este de asemenea adevărată: orice sistem fizic cu o stare de echilibru Gibbs ρ_F (punct fix) are o metrică contractivă d. Prin urmare, există cel puțin o operație contractivă ϕ astfel încât

$$\forall \rho \in S: \ \phi^\infty \rho = \rho_F \tag{5.5}$$

şi deci un monoton pentru resurse $\mu(\rho) = d(\rho, \rho_F)$.

Ecuația master GKLS este echivalentă cu un canal gaussian cu pierderi Λ_T^t pentru o anumită temperatură T:

$$\sigma(t) = \Lambda_T^t \sigma(0). \tag{5.6}$$

Atunci, putem sa prezentăm un caz în care TRT ajută la definirea unei resurse cu RDM în sistemele deschise gaussiene. Stările gaussiene nu formează o mulțime convexă, prin urmare, găsirea unui RDM care este și un canal nu este simplă. Putem evita această problemă folosind o TRT în care diferitele izoterme Λ_T formează familii de resurse cu Λ_T^∞ ca RDM pentru fiecare. Această resursă poate fi interpretată ca informația liberă disponibilă în sistem. Mai precis, este proporțională cu cantitatea de lucru mecanic care poate fi extras din sistem la o temperatură dată, înainte ca sistemul să ajungă la echilibru:

$$\mu(\sigma(t)) = d(\sigma(t), \Lambda_T^\infty \sigma(t)). \tag{5.7}$$

Deoarece $\mu(\sigma(t))$ pare a fi o limită superioară pentru toate resursele din sistem care ar putea fi exploatate, pare a fi analoagă cu informația mutuală cuantică. Este de fapt mai asemănătoare cu coerența cuantică care se schimbă cu schimbarea bazei și nu este o proprietate obiectivă a sistemului. În cazul nostru $\mu(\sigma(t))$ depinde de izoterma aleasă Λ_T.

În Fig. 5.1 prezentăm evoluția informației libere I în funcție de timp și temperatură [68]. I are valori finite și scade asimptotic la zero în timp sub efectul băii termale, ca toate celelalte măsuri de corelație. Cu toate acestea, în acest caz, baia termală este motorul acestei resurse. Acesta arată cantitatea de lucru mecanic care poate fi extras din sistem până când acesta ajunge la echilibru. Putem spune că e proporţională cu timpul cât ar funcționa un motor Szilard până când „arde" tot combustibilul informaţional din sistem. Având în vedere că un motor Szilard funcţionează cu informație, putem deduce în mod natural că aceasta este o măsură a cantității de informație accesibilă prezentă în sistem.

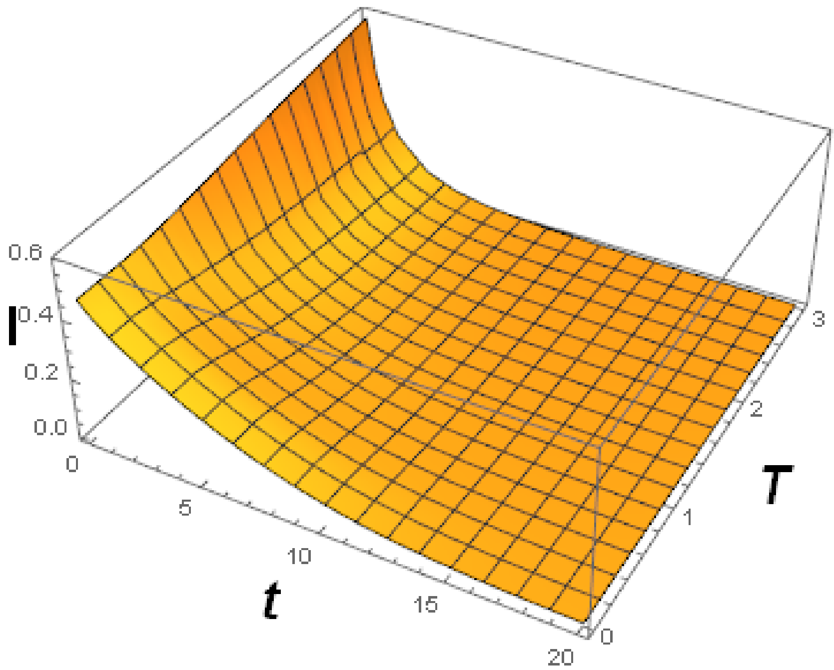


Figura 5.1: Informatia liberă $I(t,T)$ pentru $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 1.5$, $n_1, n_2 = 1$, $r = 0.9$ şi $\lambda = 0.1$.

6
Concluzii

În această teză am studiat structura și evoluția corelațiilor cuantice prezente în sistemele cuantice deschise. Am văzut că există corelații cuantice dincolo de entanglement, care sunt în prezent explorate amănunțit de comunitatea teoriei informaţiei cuantice. În particular, am analizat evoluția entanglementului, discordului și coerenței cuantice în sistemele deschise gaussiene și am extins interpretările geometrice ale corelațiilor cuantice.

Inițial, discordul geometric a fost propus ca distanța minimă până la o stare produs folosind norma Hilbert-Schmidt. Toate calculele au fost limitate la subclasa stărilor termice gaussiene datorită simplității lor matematice. Am luat această măsură geometrică propusă și am extins aplicarea ei la stările generale gaussiene care evoluează în prezența unui mediu. În acest sens, am văzut că orice măsură trebuie să fie contractivă și că acest lucru se justifică în cadrul teoriei resurselor. Distanța Hellinger s-a dovedit a fi o măsură mai bună pentru discordul geometric, dat fiind că permite o soluție analitică a problemei de optimizare.

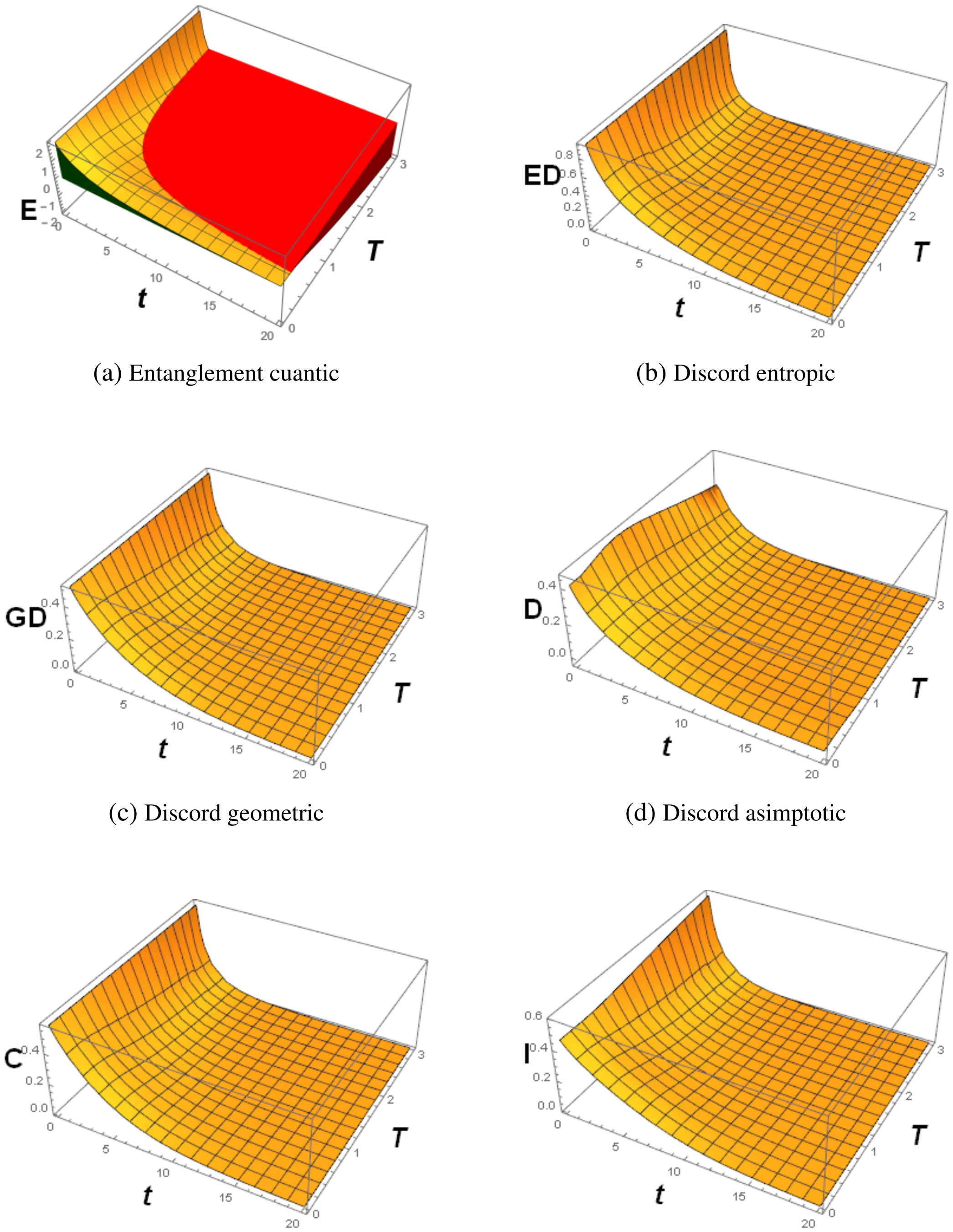
Am propus o cuantificare alternativă la discord în regimul asimptotic care evită cu totul problema de optimizare. S-a dovedit că această abordare se pretează la generalizare în cadrul teoriei resurselor, în special în contextul aplicaţiilor care distrug resursele prezente intr-un sistem. Adăugarea acestui cadru matematic riguros la teoria resurselor a condus direct la cuantificarea coerenței folosindu-se de încercările anterioare de a aplica teoria resurselor la conceptul de superpoziţie.

Entropia relativă a fost folosită ca o măsură pentru coerența cuantică și am arătat că evoluția sa într-un sistem gaussian deschis nu este în concordanță cu aproximarea markoviană, ceea ce înseamnă că poate fi doar o limită superioară a oricărei măsurători de coerență. Acest lucru rezultă din faptul că entropia relativă nu este o metrică adecvată deoarece nu este contractivă. Am propus ca măsură pentru coerență distanța Bures de la o stare la forma sa incoerentă și am calculat evoluția sa într-un sistem cuantic deschis.

Într-un mod similar, am arătat că distanța de la o stare la starea sa de echilibru final oferă o măsură pentru cantitatea maximă de informație utilă prezentă într-un sistem. Am numit această măsură informație liberă în analogie cu conceptul de energie liberă. Aceasta este o măsură operațională, în sensul că se modifică o dată cu alegerea acțiunii asupra sistemului, similar modului în care coerența se schimbă cu alegerea bazei. Am calculat evoluția sa în timp unde acțiunea asupra sistemului era expunerea sa la o baie termală.

Rezultatele privind informația liberă sunt ușor generalizabile prin relaxarea condițiilor pe metrică sau asupra a ceea ce constituie o operație. În această teză ne-am limitat la elementele de bază și am oferit o aplicație în cadrul teoriei sistemelor cuantice deschise.

În Fig. 6.1 putem vedea o comparație între toate măsurile pentru corelațiile cuantice studiate în teză. Această imagine este realizată pe un sistem cu aceeași stare inițială, evoluând sub aceiași parametri de model.



(a) Entanglement cuantic

(b) Discord entropic

(c) Discord geometric

(d) Discord asimptotic

(e) Coerenţă cuantică

(f) Informaţie liberă

Figura 6.1: Toate corelațiile cuantice în funcție de timpul t și temperatura T pentru două moduri bosonice cu frecvențele $\omega_1 = 1$ și $\omega_2 = 1.5$, numerele medii de fotoni termici $n_1 = 1$ și $n_2 = 1$, coeficientul de amortizare $\lambda = 0.1$ și parametrul de squeezing $. = 0.9$

Bibliografie

[1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?," *Phys. Rev.*, vol. 47, p. 777, 1935.

[2] W. H. Zurek, "Einselection and Decoherence from an Information Theory Perspective," *Annalen der Physik (Leipzig)*, vol. 9, no. 5, pp. 855–864, 2000.

[3] L. Henderson and V. Vedral, "Classical, Quantum and Total Correlations," *Journal of Physics A*, vol. 34, p. 6899, 2001.

[4] H. Ollivier and W. H. Zurek, "Quantum Discord: A Measure of the Quantumness of Correlations," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 017901, 2001.

[5] F. Brandão and G. Gour, "Reversible framework for quantum resource theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 115, p. 070503, 2015.

[6] E. Chitambar and G. Gour, "Comparison of incoherent operations and measures of coherence," *Phys. Rev. A*, vol. 94, p. 052336, 2016.

[7] L. Lami, B. Regula, R. N. X. Wang, A. Winter, and G. Adesso, "Gaussian quantum resource theories," *Phys. Rev. A*, vol. 98, p. 022335, 2018.

[8] C. Napoli, T. R. Bromley, M. Cianciaruso, M. Piani, N. Johnston, and G. Adesso, "Robustness of coherence: An operational and observable measure of quantum coherence," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, p. 150502, 2016.

[9] B. Coecke, T. Fritz, and R. Spekkens, "A mathematical theory of resources," *Information and Computation*, vol. 250, pp. 59–86, 2016.

[10] B. Regula, "Convex geometry of quantum resource quantification," *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 51, p. 045303, 2018.

[11] A. F. Ducuara and P. Skrzypczyk, "Operational interpretation of weight-based resource quantifiers in convex quantum resource theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 125, p. 110401, 2020.

[12] G. Gour, M. P. Müller, V. Narasimhachar, R. W. Spekkens, and N. Y. Halpern, "The resource theory of informational nonequilibrium in thermodynamics," *Phys. Rep.*, vol. 583, p. 1, 2015.

[13] R. Uola, T. Bullock, T. Kraft, J.-P. Pellonpää, and N. Brunner, "All quantum resources provide an advantage in exclusion tasks," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 125, p. 110402, 2020.

[14] B. Regula, L. Lami, G. Ferrari, and R. Takagi, "Operational Quantification of Continuous-Variable Quantum Resources," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 126, p. 110403, 2021.

[15] V. Narasimhachar, S. Assad, F. C. Binder, J. Thompson, B. Yadin, and M. Gu, "Thermodynamic resources in continuous-variable quantum systems," *npj Quantum Inf*, vol. 7, p. 9, 2021.

[16] U. Singh, M. G. Jabbour, Z. V. Herstraeten, and N. J. Cerf, "Quantum thermodynamics in a multipartite setting: A resource theory of local Gaussian work extraction for multimode bosonic systems," *Phys. Rev. A*, vol. 100, p. 042104, 2019.

[17] E. Chitambar and G. Gour, "Quantum resource theories," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 91, p. 025001, 2019.

[18] R. Takagi and H. Tajima, "Universal limitations on implementing resourceful unitary evolutions," *Phys. Rev. A*, vol. 101, p. 022315, 2020.

[19] Z. Liu, X. Hu, and S. Lloyd, "Resource Destroying Maps," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 118, p. 060502, 2017.

[20] G. Gour, "Quantum resource theories in the single-shot regime," *Phys. Rev. A*, vol. 95, p. 062314, 2017.

[21] G. Adesso and D. Girolami, "Gaussian Geometric Discord," *Int. J. Q. Inf*, vol. 9, p. 1773, 2011.

[22] B. Dakic, Y. Lipp, X. Ma, M. Ringbauer, S. Kropatschek, S. Barz, T. Paterek, V. Vedral, A. Zeilinger, C. Brukner, and P. Walther, "Quantum discord as resource for remote state preparation," *Nature Physics*, vol. 8, p. 666, 2012.

[23] T. Tufarelli1, T. MacLean, D. Girolami, R. Vasile, and G. Adesso, "The geometric approach to quantum correlations: computability versus reliability," *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 46, p. 275308, 2013.

[24] J. sen Jin, F. yang Zhang, C. shui Yu, and H. shan Song, "Direct scheme for measuring the geometric quantum discord," *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 45, p. 115308, 2012.

[25] G. Passante, O. Moussa, and R. Laflamme, "Measuring geometric quantum discord using one bit of quantum information," *Phys. Rev. A*, vol. 85, p. 032325, 2012.

[26] C. B. Borivoje Dakic, Vlatko Vedral, "Necessary and sufficient condition for non-zero quantum discord," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 190502, 2010.

[27] M. Piani, "The problem with the geometric discord," *Phys. Rev. A*, vol. 86, p. 034101, 2012.

[28] T. Baumgratz, M. Cramer, and M. Plenio, "Quantifying coherence," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 113, p. 140401, 2014.

[29] J. Aberg, "Quantifying Superposition," *arXiv:quant-ph/0612146*, 2006.

[30] A. Winter and D. Yang, "Operational Resource Theory of Coherence," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, p. 120404, 2016.

[31] I. Bengtsson and K. Zyczkowski, *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2009.

[32] D. Walls and G. J. Milburn, *Geometry of Quantum States an Introduction to Quantum Entanglement*. Springer Science and Business Media, 2008.

[33] C. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise: A Handbook of Markovian and Non-Markovian Quantum Stochastic Methods with Applications to Quantum Optics*. Springer Science and Business Media, 2004.

[34] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University Press, 2007.

[35] E. Davies, *Quantum Theory of Open Systems*. Academic Press, 1976.

[36] G. Lindblad, "On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups," *Commun. Math. Phys.*, vol. 48, pp. 119–130, 1976.

[37] K. Kraus, "General state changes in quantum theory," *Annals of Physics*, vol. 64, p. 311, 1971.

[38] E. Wigner, "On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium," *Phys. Rev.*, vol. 40, p. 749, 1932.

[39] V. Gorini, A. Kossakowski, and E. C. G. Sudarshan, "Completely Positive Dynamical Semigroups of N-Level Systems.," *J. Math. Phys.*, vol. 17, p. 821, 1976.

[40] A. Isar, A. Sandulescu, H. Scutaru, E. Stefanescu, and W. Scheid, "Open quantum systems," *J. Mod. Phys. E*, vol. 3, no. 2, p. 635, 1994.

[41] A. Sandulescu, H. Scutaru, and W. Scheid, "Open quantum system of two coupled harmonic oscillators for application in deep inelastic heavy ion collisions," *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 20, p. 2021, 1987.

[42] L. Aolita, F. de Melo, and L. Davidovich, "Open-System Dynamics of Entanglement," *Reports on Progress in Physics*, vol. 78, p. 042001, 2015.

[43] A. Isar, "Entanglement in open quantum dynamics," *Physica Scripta- Topical issue*, vol. T135, p. 014033, 2009.

[44] A. Isar, "Entanglement generation and evolution in open quantum systems," *Open Sys. Inf. Dynamics*, vol. 16, no. 2-3, pp. 205–219, 2009.

[45] A. Isar, "Decoherence and asymptotic entanglement in open quantum dynamics," *J. Russ. Laser Res.*, vol. 28, no. 5, pp. 439–452, 2007.

[46] P. Marian, T. A. Marian, and H. Scutaru, "Distinguishability and nonclassicality of one-mode Gaussian states," *Phys. Rev. A*, vol. 68, p. 062309, 2003.

[47] W. H. Zurek, "Quantum Discord and Maxwell's Demons," *Phys. Rev. A*, vol. 67, p. 012320, 2003.

[48] M. Zwolak and W. H. Zurek, "Complementarity of quantum discord and classically accessible information," *Scientific Reports*, vol. 3, p. 1729, 2013.

[49] G. Adesso and A. Datta, "Quantum versus classical correlations in Gaussian states," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 030501, 2010.

[50] A. Isar, "Quantum correlations of two-mode Gaussian systems in a thermal environment," *Phys. Scr.*, vol. 2013, p. 014035, 2013.

[51] G. Adesso, D. Girolami, and A. Serafini, "Measuring Gaussian Quantum Information and Correlations Using the Rényi Entropy of Order 2," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, p. 190502, 2012.

[52] A. Isar, "Quantum Entanglement and Quantum Discord of Two-Mode Gaussian States in a Thermal Environment," *Open Sys. Inf. Dynamics*, vol. 18, p. 175, 2011.

[53] S. Luo and S. Fu, “Geometric measure of quantum discord,” *Phys. Rev. A*, vol. 82, p. 034302, 2010.

[54] L.-M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Inseparability criterion for continuous variable systems,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, p. 2722, 2000.

[55] H. Scutaru, “Fidelity for displaced squeezed thermal states and the oscillator semigroup,” *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 31, p. 3659, 1998.

[56] S.Suciu and A. Isar, “Gaussian geometric discord of two-mode systems in a thermal environment,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1634, p. 58, 2014.

[57] P. Marian and T. A. Marian, “Hellinger distance as a measure of Gaussian discord,” *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 48, p. 11, 2014.

[58] S.Suciu and A. Isar, “Gaussian geometric discord in terms of Hellinger distance,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1694, p. 020013, 2015.

[59] A. Isar, “Evolution of quantum correlations in the open quantum systems consisting of two coupled oscillators,” *Rom. J. Phys.*, vol. 57, p. 262, 2012.

[60] J. Xu, “Quantifying coherence of Gaussian states,” *Phys. Rev. A*, vol. 93, p. 032111, 2016.

[61] Q. Xiao, C. Wen, J. Jing, and J. Wang, “Generation of quantum coherence for continuous variables between causally disconnected regions in dilaton spacetime,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 82, p. 893, 2022.

[62] A. Streltsov, G. Adesso, , and M. B. Plenio, “Colloquium: Quantum coherence as a resource,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 89, p. 041003, 2017.

[63] Z. Xi, Y. Li, and H. Fan, “Quantum coherence and correlations in quantum system,” *Scientific Reports*, vol. 5, p. 10922, 2015.

[64] K. Bu, U. Singh, S.-M. Fei, A. K. Pati, and J. Wu, “Max- relative entropy of coherence: an operational coherence measure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 119, p. 150405, 2017.

[65] S.Suciu and A. Isar, “Quantum coherence of two-mode systems in a thermal environment,” *Rom. Journ. Phys.*, vol. 61, no. 9-10, p. 474–1482, 2016.

[66] C. Sparaciari, L. del Rio, C. M. Scandolo, P. Faist, and J. Oppenheim1, “The first law of general quantum resource theories,” *Quantum*, vol. 4, p. 259, 2020.

[67] G. Vidal and R. Tarrach, “Robustness of entanglement,” *Phys. Rev. A*, vol. 59, p. 141, 1999.

[68] S.Suciu and A. Isar, “Free Information in Gaussian Open Systems,” *Rom. Journ. Phys.*, vol. 69, no. 5-6, 2024.